

الفصل الرابع

٤-٥ العمليات على العبارات الجذرية

Operations with Radical Expressions

فيما سبق

درستُ تبسيط عبارات تتضمن الجذر النوني.

(الدرس 4-4)

والآن

- أبسّط عبارات جذرية.
- أجمع عبارات جذرية وأطرحها وأضربها وأقسمها.

المفردات

إنطاق المقام
rationalizing the denominator

الجذور المتشابهة
like radical expressions

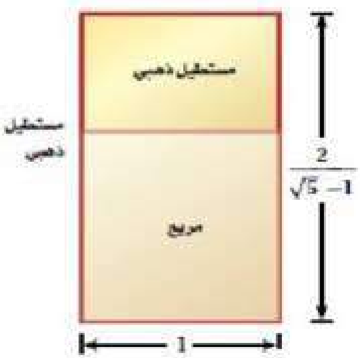
المرافق
conjugate

www.obeikaneducation.com

لماذا؟

عُرف المستطيل الذهبي قديمًا، حيث استعمله الفنانون والمهندسون في تصاميمهم، والنسبة بين طوله إلى عرضه هي $\frac{2}{\sqrt{5}-1}$. ومن أهم خصائصه أنه إذا أزيل منه مربع طول ضلعه هو عرض المستطيل فالشكل الباقي مستطيل ذهبي أيضًا.

وستتعلم في هذا الدرس تبسيط عبارات جذرية مثل $\frac{2}{\sqrt{5}-1}$.



تبسيط العبارات الجذرية: يمكن تبسيط العبارات التي تحوي جذورًا نونية باستعمال خواص العمليات عليها.

مفهوم أساسي — خاصية ضرب الجذور

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: لأيّ عددين حقيقيين a, b ولأي عدد صحيح n حيث $n > 1$، فإن $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$، إذا كانت n عددًا زوجيًا وكان a, b عددين غير سالبين أو إذا كان n عددًا فرديًا.

مثالان: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$ $\quad$ $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{27} = 3$

ولكي تكون العبارة الجذرية التي تتضمن جذورًا في أبسط صورة، يجب ألا يتضمن ما تحت الجذر عوامل (غير العدد 1) يمكن أن تكتب في صورة قوى نونية لعدد صحيح أو كثيرة حدود.



الفصل الرابع

٤-٥ العمليات على العبارات الجذرية

Operations with Radical Expressions

مثال 1 تبسيط عبارات جذرية باستعمال خاصية الضرب

بسّط كلًّا مما يأتي:

a) $\sqrt{32x^8}$

$\sqrt{32x^8} = \sqrt{4^2 \cdot 2 \cdot (x^4)^2}$	حلّل ما يمكن تحليله إلى عوامل مربعة
$= \sqrt{4^2} \cdot \sqrt{(x^4)^2} \cdot \sqrt{2}$	خاصية ضرب الجذور
$= 4x^4\sqrt{2}$	بسّط

b) $\sqrt[4]{16a^{24}b^{13}}$

$\sqrt[4]{16a^{24}b^{13}} = \sqrt[4]{2^4 \cdot (a^6)^4(b^3)^4 \cdot b}$	حلّل ما يمكن تحليله إلى عوامل مرفوعة للأس 4
$= \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{(a^6)^4} \cdot \sqrt[4]{(b^3)^4} \cdot \sqrt[4]{b}$	خاصية ضرب الجذور
$= 2a^6 \lvert b^3 \rvert \sqrt[4]{b}$	بسّط

ولا ضرورة لكتابة رمز القيمة المطلقة في هذه الحالة؛ لأنه حتى يكون $\sqrt[4]{16a^{24}b^{13}}$ معرّفًا، يجب أن تكون b موجبة.

لذا فإن $\sqrt[4]{16a^{24}b^{13}} = 2a^6b^3\sqrt[4]{b}$

الفصل الرابع
٤-٥ العمليات على العبارات الجذرية
Operations with Radical Expressions

تحقق من فهمك :-

1) بسط كلا مما يأتي:

(1A $\sqrt{12d^3c^{12}}$

$\sqrt{12d^3c^{12}} = 2dc^6\sqrt{3d}$

(1B $\sqrt[3]{27y^{12}z^7}$

$\sqrt[3]{27y^{12}z^7} = 3y^4z^2\sqrt[3]{z}$

(2A $\dfrac{\sqrt{a^9}}{\sqrt{b^5}}$

$$\frac{\sqrt{a^9}}{\sqrt{b^5}} = \frac{a^4\sqrt{a}}{b^2\sqrt{b}}$$

$$= \frac{a^4\sqrt{a}}{b^2\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}}$$

$$= \frac{a^4\sqrt{ab}}{b^3}$$

(2B $\sqrt[5]{\dfrac{3}{4y}}$

$$\sqrt[5]{\frac{3}{4y}} = \frac{\sqrt[5]{3}}{\sqrt[5]{4y}} \cdot \frac{\sqrt[5]{4^4y^4}}{\sqrt[5]{4^4y^4}}$$

$$= \frac{\sqrt[5]{768y^4}}{\sqrt[5]{4^5y^5}}$$

$$= \frac{\sqrt[5]{768y^4}}{4y}$$

$$= \frac{2\sqrt[5]{24y^4}}{4y}$$

$$= \frac{\sqrt[5]{24y^4}}{2y}$$



الفصل الرابع
٤-٥ العمليات على العبارات الجذرية
Operations with Radical Expressions

خاصية قسمة الجذور هي خاصية أخرى تستعمل في تبسيط العبارات الجذرية.

مفهوم أساسي — خاصية قسمة الجذور

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: لأيّ عددين حقيقيين a, b ، حيث $b \neq 0$ ولأي عدد صحيح n حيث $n > 1$ ، فإن $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ ، إذا كانت جميع الجذور معرّفة.

مثالان: $\sqrt[3]{\frac{x^6}{8}} = \frac{\sqrt[3]{x^6}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{x^2}{2} = \frac{1}{2}x^2$ $\qquad$ $\sqrt{\frac{27}{4}} = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{4}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

إرشادات للدراسة

الجذور الدقيقة

يسهل إيجاد الجذور بصورة دقيقة عندما تكون جميع أُسس الثوابت والمتغيرات الموجودة تحت الجذر من مضاعفات دليل الجذر، فمثلاً:

$\sqrt{25a^4} = 5a^2$

لإزالة الجذور من المقام أو الكسور تحت الجذر، استعمل عملية تُسمى **إنطاق المقام**. ولعمل ذلك، اضرب البسط والمقام في مقدار بحيث تكون جميع أسس الثوابت والمتغيرات الموجودة تحت الجذر من مضاعفات دليل الجذر مما يسهل إيجاد الجذر الدقيق.

إذا كان المقام	فاضرب البسط والمقام في	مثال
$\sqrt{b}$	$\sqrt{b}$	$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$
$\sqrt[n]{b^x}$	$\sqrt[n]{b^{n-x}}$	$\frac{5}{\sqrt[3]{2}} = \frac{5}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{5\sqrt[3]{4}}{2}$



الفصل الرابع

٤-٥ العمليات على العبارات الجذرية

Operations with Radical Expressions

مثال 2 تبسيط عبارات جذرية باستعمال خاصية القسمة

بسّط كلًّا مما يأتي:

a) $\sqrt{\frac{x^6}{y^7}}$

$\sqrt{\frac{x^6}{y^7}} = \frac{\sqrt{x^6}}{\sqrt{y^7}}$ خاصية قسمة الجذور

$= \frac{\sqrt{(x^3)^2}}{\sqrt{(y^3)^2 \cdot y}}$ حلّل ما يمكن تحليله إلى عوامل مربعة

$= \frac{\sqrt{(x^3)^2}}{\sqrt{(y^3)^2} \cdot \sqrt{y}}$ خاصية ضرب الجذور

$= \frac{|x^3|}{y^3\sqrt{y}}$ بسّط

$= \frac{|x^3|}{y^3\sqrt{y}} \cdot \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y}}$ إنطاق المقام

$= \frac{|x^3|\sqrt{y}}{y^4}$ $\sqrt{y} \cdot \sqrt{y} = y$

b) $\sqrt[4]{\frac{6}{5x}}$

$\sqrt[4]{\frac{6}{5x}} = \frac{\sqrt[4]{6}}{\sqrt[4]{5x}}$ خاصية قسمة الجذور

$= \frac{\sqrt[4]{6}}{\sqrt[4]{5x}} \cdot \frac{\sqrt[4]{5^3x^3}}{\sqrt[4]{5^3x^3}}$ إنطاق المقام

$= \frac{\sqrt[4]{6 \cdot 5^3x^3}}{\sqrt[4]{5x \cdot 5^3x^3}}$ خاصية ضرب الجذور

$= \frac{\sqrt[4]{750x^3}}{\sqrt[4]{5^4x^4}}$ اضرب

$= \frac{\sqrt[4]{750x^3}}{5x}$ $\sqrt[4]{5^4x^4} = 5x$

الفصل الرابع
٤-٥ العمليات على العبارات الجذرية
Operations with Radical Expressions

تحقق من فهمك :-

1) بسط كلا مما يأتي:

(2A $\frac{\sqrt{a^9}}{\sqrt{b^5}}$

(2B $\sqrt[5]{\frac{3}{4y}}$

$$\frac{\sqrt{a^9}}{\sqrt{b^5}} = \frac{a^4\sqrt{a}}{b^2\sqrt{b}}$$

$$= \frac{a^4\sqrt{a}}{b^2\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}}$$

$$= \frac{a^4\sqrt{ab}}{b^3}$$

$$\sqrt[5]{\frac{3}{4y}} = \frac{\sqrt[5]{3}}{\sqrt[5]{4y}} \cdot \frac{\sqrt[5]{4^4y^4}}{\sqrt[5]{4^4y^4}}$$

$$= \frac{\sqrt[5]{768y^4}}{\sqrt[5]{4^5y^5}}$$

$$= \frac{\sqrt[5]{768y^4}}{4y}$$

$$= \frac{2\sqrt[5]{24y^4}}{4y}$$

$$= \frac{\sqrt[5]{24y^4}}{2y}$$



الفصل الـرابــع
٤-٥ العمليات على العبارات الجذرية
Operations with Radical Expressions

فيما يأتي ملخص للقواعد التي تستعمل في تبسيط العبارات الجذرية:

ملخص المفاهيم

أضف إلى مطويتك

تبسيط العبارات الجذرية

تكون العبارة الجذرية في أبسط صورة إذا تحققت جميع الشروط الآتية:

- إذا كان دليل الجذر n أصغر ما يمكن.
- إذا لم يتضمن ما تحت الجذر عوامل (غير العدد 1) يمكن أن تُكتب على صورة قوى نونية لعدد صحيح أو لكثيرة حدود.
- إذا لم يتضمن ما تحت الجذر كسورًا.
- إذا لم توجد جذور في المقام.

العمليات على العبارات الجذرية: يمكنك استعمال خاصيتي الضرب والقسمة لضرب بعض العبارات الجذرية وقسمتها.

مثال 3 ضرب العبارات الجذرية

بسّط العبارة الجذرية: $5\sqrt[3]{-12ab^4} \cdot 3\sqrt[3]{18a^2b^2}$.

$5\sqrt[3]{-12ab^4} \cdot 3\sqrt[3]{18a^2b^2} = 5 \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{-12ab^4 \cdot 18a^2b^2}$ خاصية ضرب الجذور

$= 15 \cdot \sqrt[3]{-2^2 \cdot 3 \cdot ab^4 \cdot 2 \cdot 3^2 \cdot a^2b^2}$ حلّل الثوابت

$= 15 \cdot \sqrt[3]{-2^3 \cdot 3^3 \cdot a^3b^6}$ جمّع العوامل في صورة أسس تكعيبية

$= 15 \cdot \sqrt[3]{-2^3} \cdot \sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{a^3} \cdot \sqrt[3]{b^6}$ خاصية ضرب الجذور

$= 15 \cdot (-2) \cdot 3 \cdot a \cdot b^2$ بسّط

$= -90ab^2$ اضرب

تحقق من فهمك :-

1) بسط كلا مما يأتي:

(3A

$$6\sqrt{8c^3d^5} \cdot 4\sqrt{2cd^3}$$

(3B

$$2\sqrt[4]{8x^3y^2} \cdot 3\sqrt[4]{2x^5y^2}$$

$$6\sqrt{8c^3d^5} \cdot 4\sqrt{2cd^3} = 6 \cdot 4\sqrt{8c^3d^5 \cdot 2cd^3}$$
$$= 24\sqrt{16c^4d^8}$$
$$= 96c^2d^4$$

$$2\sqrt[4]{8x^3y^2} \cdot 3\sqrt[4]{2x^5y^2}$$
$$= 2 \cdot 3\sqrt[4]{8x^3y^2 \cdot 2x^5y^2}$$
$$= 6\sqrt[4]{16x^8y^4}$$
$$= 12x^2|y|$$



الفصل الرابع

٤-٥ العمليات على العبارات الجذرية

Operations with Radical Expressions

يمكنك جمع العبارات الجذرية وطرحها بالأسلوب المستعمل عند جمع وحيدات الحد أو طرحها، ولكن بشرط أن تكون **الجذور متشابهة**؛ أي أن يكون للجذور الدليل نفسه وما تحت الجذور المقادير نفسها.

متشابهان: $\sqrt{3b}$ و $4\sqrt{3b}$

غير متشابهين: $\sqrt{3b}$ و $\sqrt[3]{3b}$

غير متشابهين: $\sqrt{2b}$ و $\sqrt{3b}$

مثال 4 جمع العبارات الجذرية وطرحها

بسّط العبارة الجذرية: $\sqrt{98} - 2\sqrt{32}$.

$$\sqrt{98} - 2\sqrt{32} = \sqrt{2 \cdot 7^2} - 2\sqrt{4^2 \cdot 2}$$ حلّل ما يمكن تحليله إلى عوامل مربعة

$$= \sqrt{7^2} \cdot \sqrt{2} - 2 \cdot \sqrt{4^2} \cdot \sqrt{2}$$ خاصية ضرب الجذور

$$= 7\sqrt{2} - 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{2}$$ بسّط العبارات الجذرية

$$= 7\sqrt{2} - 8\sqrt{2}$$ اضرب

$$= -\sqrt{2}$$ $(7-8)\sqrt{2} = (-1)(\sqrt{2})$

إرشادات للدراسة

جمع العبارات الجذرية وطرحها

بسّط كل جذر على حدة قبل محاولة تجميع الجذور المتشابهة.

تحقق من فهمك :ـ

(4A

$$(6\sqrt{3}-5)(2\sqrt{5}+4\sqrt{2})$$

$$(6\sqrt{3}-5)(2\sqrt{5}+4\sqrt{2})$$

$$=6\sqrt{3}(2\sqrt{5}+4\sqrt{2})-5(2\sqrt{5}+4\sqrt{2})$$

$$=12\sqrt{15}+24\sqrt{6}-10\sqrt{5}-20\sqrt{2}$$

(4B

$$(7\sqrt{2}-3\sqrt{3})(7\sqrt{2}+3\sqrt{3})$$

$$(7\sqrt{2}-3\sqrt{3})(7\sqrt{2}+3\sqrt{3})=49\,.\,2-9\,.\,3$$

$$=98-27$$

$$=71$$

حاصل ضرب عددين
مترافقين هو عدد
نسبي دائماً

٤-٥ العمليات على العبارات الجذرية

Operations with Radical Expressions

وبما أنه يمكنك جمع الجذور وطرحها بالطريقة نفسها المتبعة في جمع وحيدات الحد وطرحها، فإنه يمكنك أيضًا ضرب الجذور باستعمال التوزيع بالترتيب لضرب ثنائيتي حد.

مثال 5 ضرب العبارات الجذرية

بسّط العبارة الجذرية $(4\sqrt{3} + 5\sqrt{2})(3\sqrt{2} - 6)$.

$(4\sqrt{3} + 5\sqrt{2})(3\sqrt{2} - 6) = 4\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{2} + 4\sqrt{3} \cdot (-6) + 5\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} \cdot (-6)$ خاصية التوزيع

$= 12\sqrt{3 \cdot 2} - 24\sqrt{3} + 15\sqrt{2^2} - 30\sqrt{2}$ خاصية ضرب الجذور

$= 12\sqrt{6} - 24\sqrt{3} + 30 - 30\sqrt{2}$ بسّط

إرشادات للدراسة

المُرافق

حاصل ضرب عددين مترافقين هو عدد نسبي دائمًا.

تحقق من فهمك :-

$$(6\sqrt{3} - 5)(2\sqrt{5} + 4\sqrt{2})$$

$$12\sqrt{15} + 24\sqrt{6} - 10\sqrt{5} - 20\sqrt{2}$$

$$(7\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(7\sqrt{2} + 3\sqrt{3})$$

$$21\sqrt{4} + 24\sqrt{6} - 10\sqrt{5} - 20\sqrt{2}$$



٤-٥ العمليات على العبارات الجذرية

Operations with Radical Expressions

تعتبر كلٌّ من ثنائيتي الحد اللتين على الصورة $a\sqrt{b} + c\sqrt{d}$, $a\sqrt{b} - c\sqrt{d}$ حيث a, b, c, d أعداد نسبية مرافقة للأخرى. ويمكنك استعمال **المرافق** لإنطاق المقام.

مثال 6 من واقع الحياة — استعمال المرافق لإنطاق المقام

هندسة: ارجع إلى الفقرة الواردة في بداية الدرس، واستعمل المرافق لإنطاق المقام وتبسيط العبارة الجذرية: $\frac{2}{\sqrt{5}-1}$.

$$\frac{2}{\sqrt{5}-1} = \frac{2}{\sqrt{5}-1} \cdot \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1}$$ $\sqrt{5}+1$ مرافق لـ $\sqrt{5}-1$

$$= \frac{2\sqrt{5}+2(1)}{(\sqrt{5})^2 + 1(\sqrt{5}) - 1(\sqrt{5}) - 1(1)}$$ اضرب واستعمل خاصية التوزيع

$$= \frac{2\sqrt{5}+2}{5+\sqrt{5}-\sqrt{5}-1}$$ بسّط

$$= \frac{2\sqrt{5}+2}{4}$$ اطرح

$$= \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$ بسّط

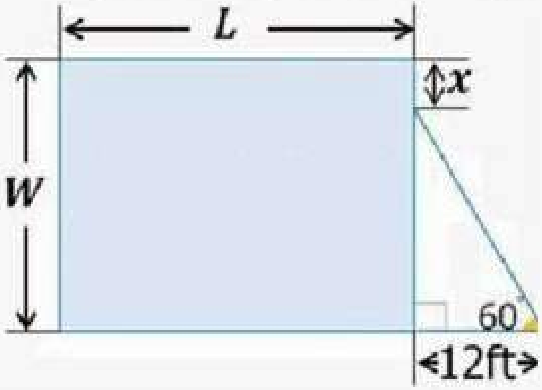
إرشادات للدراسة

يمكنك إيجاد ناتج $(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)$ مباشرة باستعمال الفرق بين مربعين بالشكل:

$$(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)$$
$$= (\sqrt{5})^2 - (1)^2$$
$$= 5 - 1 = 4$$

تحقق من فهمك :-

5) هندسة: إذا كانت مساحة المستطيل في الشكل أدناه تساوي $900ft^2$، فاكتب معادلة تمثل طول المستطيل L بدلالة x ، ثم بسطها.



$$A = W . L$$

$$900 = W . L$$

$$L = \frac{900}{W}$$

$$L = \frac{900}{12\sqrt{3} + x} \cdot \frac{12\sqrt{3} - x}{12\sqrt{3} - x}$$

$$L = \frac{10800\sqrt{3} - 900x}{432 - x^2}$$

تـــأكـد :-

مثال 1-5

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

$\sqrt{36ab^4c^5}$ (1

$\sqrt{144x^7y^5}$ (2

$$\sqrt{36ab^4c^5} = 6b^2\, c^2\, \sqrt{ac}$$

$$\sqrt{144x^7y^5} = 12x^3\, y^2\, \sqrt{xy}$$

$\frac{\sqrt{c^5}}{\sqrt{d^9}}$ (3

$$\frac{\sqrt{c^5}}{\sqrt{d^9}} = \frac{c^2\sqrt{c}}{d^4\sqrt{d}}$$

$$= \frac{c^2\sqrt{c}}{d^4\sqrt{d}} \cdot \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{d}}$$

$$= \frac{c^2\sqrt{cd}}{d^5}$$

تــــأكـد :-

مثال 1-5

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

$$\sqrt[4]{\frac{5x}{8y}} \quad (4$$

$$\sqrt[4]{\frac{5x}{8y}} = \frac{\sqrt[4]{5x}}{\sqrt[4]{8y}}$$

$$= \frac{\sqrt[4]{5x}}{\sqrt[4]{8y}} \cdot \frac{\sqrt[4]{8^3y^3}}{\sqrt[4]{8^3y^3}}$$

$$= \frac{\sqrt[4]{5.8^3xy^3}}{\sqrt[4]{8^4y^4}}$$

$$= \frac{\sqrt[4]{2560xy^3}}{8y}$$

$$\sqrt[4]{2560} = 2\sqrt[4]{10}$$

$$= \frac{2\sqrt[4]{10xy^3}}{8y}$$

$$= \frac{\sqrt[4]{10xy^3}}{2y}$$

تـــأكـد :-

مثال 5-1

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

5) $5\sqrt{2x} \cdot 3\sqrt{8x}$

$$5\sqrt{2x} \cdot 3\sqrt{8x} = 15\sqrt{16x^2}$$
$$= 15\,(4x)$$
$$= 60x$$

تــــأكـد :-

مثال 1-5

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

$3\sqrt[3]{36xy}\cdot 2\sqrt[3]{6x^2y^2}$ (6

$$3\sqrt[3]{36xy}\cdot 2\sqrt[3]{6x^2y^2} = 3\sqrt[3]{36xy}\cdot 2\sqrt[3]{6x^2y^2}$$

$$= 3\sqrt[3]{6^2xy}\cdot 2\sqrt[3]{6x^2y^2}$$

$$= 6\sqrt[3]{6^3\,x^3\,y^3}$$

$$= 6\,(6xy)$$

$$= 36\,xy$$

تــــأكــد :-

مثال 1-5

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

$$\sqrt[4]{3x^3y^2} \cdot \sqrt[4]{27xy^2} \quad (7$$

$$\sqrt[4]{3x^3y^2} \cdot \sqrt[4]{27xy^2} = \sqrt[4]{3x^3y^2} \cdot \sqrt[4]{3^3xy^2}$$

$$= \sqrt[4]{3^4x^4y^4}$$

$$= 3xy$$

تـــأكـد :-

$5\sqrt{32} + \sqrt{27} + 2\sqrt{75}$ (8

$$5\sqrt{32} + \sqrt{27} + 2\sqrt{75} = 5 \,.\, 4\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + 2.5\sqrt{3}$$

$$= 20\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + 10\sqrt{3}$$

$$= 20\sqrt{2} + (3 + 10)\sqrt{3}$$

$$= 20\sqrt{2} + 13\sqrt{3}$$

تأكد :-

9) $(4 + 2\sqrt{5})(3\sqrt{3} + 4\sqrt{5})$

$$(4 + 2\sqrt{5})(3\sqrt{3} + 4\sqrt{5})$$

$$= 12\sqrt{3} + 16\sqrt{5} + 6\sqrt{15} + 40$$

تــــأكـد :-

$(8\sqrt{3} - 2\sqrt{2})(8\sqrt{3} + 2\sqrt{2})$ (10

$$(8\sqrt{3} - 2\sqrt{2})(8\sqrt{3} + 2\sqrt{2})$$

$$= 64.3 + 16\sqrt{6} - 16\sqrt{6} - 4.2$$

$$= 192 - 8$$

$$= 184$$

تـــأكـد :-

11) $\dfrac{5}{\sqrt{2}+3}$

$$\frac{5}{\sqrt{2}+3}=\frac{5}{\sqrt{2}+3}\cdot\frac{\sqrt{2}-3}{\sqrt{2}-3}$$

$$=\frac{5(\sqrt{2}-3)}{2-9}$$

$$=\frac{5\sqrt{2}-15}{-7}$$

$$=\frac{-(15-5\sqrt{2})}{-7}$$

$$=\frac{15-5\sqrt{2}}{7}$$

تـــأكـد :-

$$\frac{8}{\sqrt{6}-5} \quad (12$$

$$\frac{8}{\sqrt{6}-5} = \frac{8}{\sqrt{6}-5} \cdot \frac{\sqrt{6}+5}{\sqrt{6}+5}$$

$$= \frac{8(\sqrt{6}+5)}{6-25}$$

$$= \frac{8\sqrt{6}+40}{-19}$$

$$= \frac{-(8\sqrt{6}+40)}{19}$$



تـــأكـد :-

$$\frac{4+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-3} \quad (13$$

$$\frac{4+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-3} = \frac{4+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-3} \cdot \frac{\sqrt{2}+3}{\sqrt{2}+3}$$

$$= \frac{(4+\sqrt{2})(\sqrt{2}+3)}{2-9}$$

$$= \frac{7\sqrt{2}+14}{-7}$$

$$= \frac{7(\sqrt{2}+2)}{-7}$$

$$= -\sqrt{2}-2$$

تـــأكـد :-

$$\frac{6-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+4} \quad (14$$

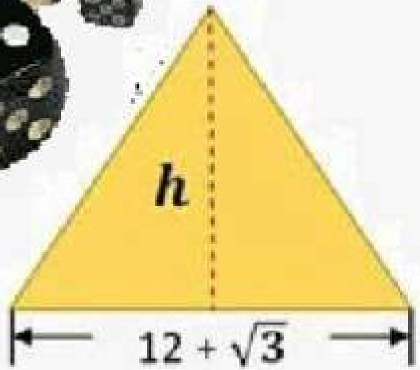
$$\frac{6-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+4} = \frac{6-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+4} \cdot \frac{\sqrt{3}-4}{\sqrt{3}-4}$$

$$= \frac{(6-\sqrt{3})(\sqrt{3}-4)}{3-16}$$

$$= \frac{27-10\sqrt{3}}{13}$$

تـــأكـد :-

15) هندسة: أوجد ارتفاع المثلث في الشكل المجاور في أبسط صورة إذا كانت مساحته $189 + 4\sqrt{3}\ cm^2$.



$$A = \frac{1}{2} ph$$

$$189 + 4\sqrt{3} = \frac{1}{2}(12 + \sqrt{3})\,h$$

$$378 + 8\sqrt{3} = (12 + \sqrt{3})\,h$$

$$h = \frac{189 + 4\sqrt{3}}{12 + \sqrt{3}}$$

$$h = \frac{189+4\sqrt{3}}{12 + \sqrt{3}} \cdot \frac{12-\sqrt{3}}{12-\sqrt{3}}$$

$$h = \frac{4536-282\sqrt{3}}{141}$$

$$h = \frac{141(32-2\sqrt{3})}{141}$$

$$h = 32 - 2\sqrt{3}cm$$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 1-4

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

16) $\sqrt{72a^8b^5}$

17) $\sqrt{9a^{15}b^3}$

$$\sqrt{72a^8b^5} = 6\,a^4\,b^2\,\sqrt{2b}$$

$$\sqrt{9a^{15}b^3} = 3a^7\,b\sqrt{ab}$$

18) $\sqrt{18a^6b^3c^5}$

$$\sqrt{18a^6b^3c^5} = 3\left|a^3\right|\,b\,c^2\sqrt{2bc}$$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 1-4

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

19) $\sqrt{\frac{7x}{10y^3}}$

$$\sqrt{\frac{7x}{10y^3}} = \frac{\sqrt{7x}}{\sqrt{10y^3}} \cdot \frac{\sqrt{10y^3}}{\sqrt{10y^3}}$$

$$= \frac{\sqrt{70xy^3}}{10y^3}$$

$$= \frac{y\sqrt{70xy}}{10y^3}$$

$$= \frac{\sqrt{70x\,y}}{10y^2}$$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 1-4

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

(20 $\frac{\sqrt[3]{6x^2}}{\sqrt[3]{5y}}$

$$\frac{\sqrt[3]{6x^2}}{\sqrt[3]{5y}} = \frac{\sqrt[3]{6x^2}}{\sqrt[3]{5y}} \cdot \frac{\sqrt[3]{5^2y^2}}{\sqrt[3]{5^2y^2}}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{6.5^2x^2y^2}}{\sqrt[3]{5^3y^3}}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{150x^2y^2}}{5y}$$

تـدرب وحـل المسائل :-

مثال 1-4

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

$$\sqrt[4]{\frac{7y^3}{4b^2}} \quad (21$$

$$\sqrt[4]{\frac{7y^3}{4b^2}} = \frac{\sqrt[4]{7y^3}}{\sqrt[4]{4b^2}} \cdot \frac{\sqrt[4]{4^3b^2}}{\sqrt[4]{4^3b^2}}$$

$$= \frac{\sqrt[4]{7.4^3y^3b^2}}{\sqrt[4]{4^4b^4}}$$

$$= \frac{2\sqrt[4]{28y^3b^2}}{4|b|}$$

$$= \frac{\sqrt[4]{28b^2x^3}}{2|b|}$$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 1-4

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

22) $3\sqrt{5y} \cdot 8\sqrt{10yz}$

$$3\sqrt{5y} \cdot 8\sqrt{10yz} = 24\sqrt{50y^2z}$$

$$= 24.5y\sqrt{2z}$$

$$=120y\sqrt{2z}$$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 1-4

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

$$2\sqrt{32a^3b^5} \cdot \sqrt{8a^7b^2} \quad (23$$

$$2\sqrt{32a^3b^5} \cdot \sqrt{8a^7b^2} = 2\sqrt{256a^{10}b^7}$$

$$= 2.16\, a^5b^3\sqrt{b}$$

$$= 32a^5b^3\sqrt{b}$$

تـدرب وحـل المسائل :–

مثـال 1-4

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

$$3\sqrt{90} + 4\sqrt{20} + \sqrt{162} \quad (24$$

$$3\sqrt{90} + 4\sqrt{20} + \sqrt{162} = 9\sqrt{10} + 8\sqrt{5} + 9\sqrt{2}$$

تـدرب وحـل المسائل :-

مثال 1-4

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

$$25)\ 4\sqrt{28} - 8\sqrt{810} + \sqrt{44}$$

$$4\sqrt{28} - 8\sqrt{810} + \sqrt{44} = 8\sqrt{7} - 72\sqrt{10} + 2\sqrt{11}$$



تدرب وحل المسائل :-

26) هندسة: أوجد محيط المستطيل في الشكل أدناه واكتبه في أبسط صورة. ثم أوجد مساحته واكتبها في ابسط صورة.



محيط المستطيل $= 2(8+\sqrt{3} + \sqrt{6})$

$= 16 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{6}$ ft

مساحة المستطيل $= (8+\sqrt{3})(\sqrt{6})$

$= 8\sqrt{6} + \sqrt{18}$

$= 8\sqrt{6} + 3\sqrt{2}$



تدرب وحل المسائل :-

مثال 5,6

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

27) $(7\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(4\sqrt{6} + 3\sqrt{12})$

$$(7\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(4\sqrt{6} + 3\sqrt{12})$$

$$= 28\sqrt{12} + 21\sqrt{24} - 12\sqrt{18} - 9\sqrt{36}$$

$$= 28.2\sqrt{3} + 21.2\sqrt{6} - 12.3\sqrt{2} - 9.6$$

$$= 56\sqrt{3} + 42\sqrt{6} - 36\sqrt{2} - 54$$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 5,6

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

28) $(6\sqrt{3} + 5\sqrt{2})(2\sqrt{6} + 3\sqrt{8})$

$$(6\sqrt{3} + 5\sqrt{2})(2\sqrt{6} + 3\sqrt{8})$$

$$= 36\sqrt{2} + 36\sqrt{6} + 20\sqrt{3} + 60$$

تـدرب وحـل المسائل :–

مثـال 5,6

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

29) $\frac{6}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

$$\frac{6}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

$$= \frac{6(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{3-2}$$

$$= 6\sqrt{3} + 6\sqrt{2}$$

تـدرب وحـل المسائل :-

مثـال 5,6

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

(30 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}\,(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3}$$

$$= \frac{\sqrt{10}+\sqrt{6}}{2}$$

تـدرب وحـل المسائل :ـ

مثـال 5,6

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

$$\frac{9-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+6} \quad (31$$

$$\frac{9-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+6} = \frac{9-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+6} \cdot \frac{\sqrt{3}-6}{\sqrt{3}-6}$$

$$= \frac{(9-2\sqrt{3})(\sqrt{3}-6)}{3-36}$$

$$= \frac{9\sqrt{3}-54-6+12\sqrt{3}}{-33}$$

$$= \frac{21\sqrt{3}-60}{-33}$$

$$= \frac{60-21\sqrt{3}}{33}$$

$$= \frac{3(20-7\sqrt{3})}{33}$$

$$= \frac{20-7\sqrt{3}}{11}$$



تـدرب وحـل المسائل :-

مثـال 5,6

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

$$\frac{2\sqrt{2}+2\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} \quad (32$$

$$\frac{2\sqrt{2}+2\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}+2\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$$

$$= \frac{(2\sqrt{2}+2\sqrt{5})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{5-3}$$

$$= \frac{2\sqrt{10}-4+10-2\sqrt{10}}{3}$$

$$= \frac{6}{3}$$

$$= 2$$

تـدرب وحـل المسائل :ـ

مثـال 5,6

بسط كلاً من العبارات الجذرية الآتية:

$$\sqrt[3]{-54x^6y^{11}}\ (33$$

$$\sqrt[3]{-54x^6y^{11}} = -3\,x^2\,y^3\,\sqrt[3]{2y^2}$$

تدرب وحل المسائل :–

مثال 5,6

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

34) $\sqrt[4]{\dfrac{12x^3y^2}{5a^2b}}$

$$\sqrt[4]{\frac{12x^3y^2}{5a^2b}} = \frac{\sqrt[4]{12x^3y^2}}{\sqrt[4]{5a^2b}} \cdot \frac{\sqrt[4]{5^3a^2b^3}}{\sqrt[4]{5^3a^2b^3}}$$

$$= \frac{\sqrt[4]{1500x^3y^2a^2b^3}}{\sqrt[4]{5^4a^4b^4}}$$

$$= \frac{\sqrt[4]{1500a^2b^3x^3y^2}}{5|ab|}$$

تـدرب وحـل المسائل :–

مثـال 5,6

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

35) $\dfrac{\sqrt[3]{36xy^2}}{\sqrt[3]{10xz}}$

$$\frac{\sqrt[3]{36xy^2}}{\sqrt[3]{10xz}} = \frac{\sqrt[3]{36xy^2}}{\sqrt[3]{10xz}} \cdot \frac{\sqrt[3]{10^2x^2z^2}}{\sqrt[3]{10^2x^2z^2}}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{3600\,x^3y^2z^2}}{\sqrt[3]{10^3x^3z^3}}$$

$$= \frac{2x\,\sqrt[3]{450\,y^2\,z^2}}{10xz}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{450y^2z^2}}{5x}$$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 5,6

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

36) $\dfrac{x+1}{\sqrt{x}-1}$

$$\frac{x+1}{\sqrt{x}-1}=\frac{x+1}{\sqrt{x}-1}\cdot\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$$

$$=\frac{(x+1)(\sqrt{x}+1)}{x-1}$$

$$=\frac{x\sqrt{x}+\sqrt{x}+x+1}{x-1}$$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 5,6

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

37) $\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2-4}}$

$$\frac{x-2}{\sqrt{x^2-4}} = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4}} \cdot \frac{\sqrt{x^2-4}}{\sqrt{x^2-4}}$$

$$= \frac{(x-2)(\sqrt{x^2-4})}{x^2-4}$$

$$= \frac{(x-2)(\sqrt{x^2-4})}{(x-2)(x+2)}$$

$$= \frac{\sqrt{x^2-4}}{x+2}$$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 5,6

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x^2-1}} \quad (38$$

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x^2-1}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x^2-1}} \cdot \frac{\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x^2-1}}$$

$$= \frac{(\sqrt{x})(\sqrt{x^2-1})}{x^2-1}$$

$$= \frac{\sqrt{x^3-x}}{x^2-1}$$



تـدرب وحـل المسائل :–

مثـال 5,6

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

39) تفاح: يرتبط قطر التفاحة مع كتلتها بالصيغة $d=\sqrt[3]{3w}$ ، حيث d تمثل القطر بالبوصة ، w الكتلة بالأونصات.
أوجد قطر تفاحة كتلتها 6.47 أونصات.

$$d=\sqrt[3]{3w}$$

$$=\sqrt[3]{3(6.47)}$$

≈ 2.69 بوصة

تدرب وحل المسائل :-

مثال 5,6

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي حيث، b عدد زوجي:

41) $\sqrt[b]{a^{4b}}$

$$\sqrt[b]{a^{4b}} = a^4$$

40) $\sqrt[b]{a^{b}}$

$$\sqrt[b]{a^{b}} = |a|$$

43) $\sqrt[b]{a^{3b}}$

$$\sqrt[b]{a^{3b}} = |a^3|$$

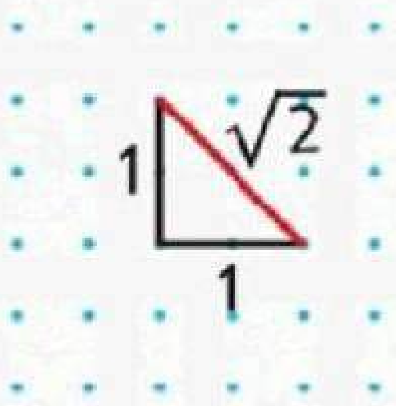
42) $\sqrt[b]{a^{2b}}$

$$\sqrt[b]{a^{2b}} = a^2$$

تـدرب وحـل المسائل :ـ

مثـال 5,6

44) تمثيلات متعددة: ستستكشف في هذا السؤال العمليات على الجذور المتشابهة.



a) **عدديا:** انقل الشكل أعلى على ورقة رسم بياني واستعمل نظرية فيثاغورس لإثبات أن طول القطعة المستقيمة الحمراء تساوي $\sqrt{2}$وحدة.

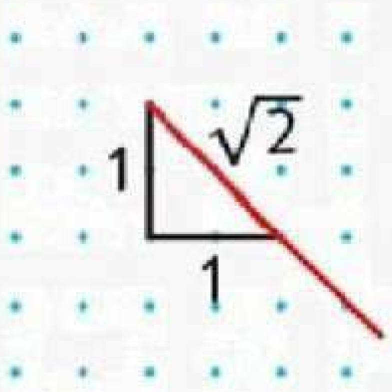
$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 1^2 + 1^2$$

$$c^2 = 2$$

$$c = \sqrt{2}$$

b) **بيانيا:** زد طول القطعة المستقيمة الحمراء ليصبح $\sqrt{2} + \sqrt{2}$.



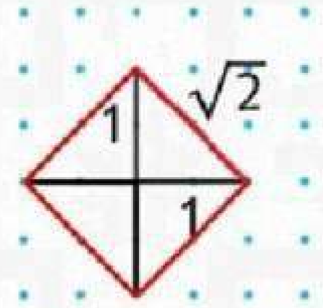
c) **تحليليا:** استعمل الشكل الذي رسمته لتبين أن: $\sqrt{2} + \sqrt{2} \neq \sqrt{2+2} = 2$.

طول وتر المثلث القائم الزاوية متطابق الضلعين والذي طول كل منهما وحدتان يساوي $\sqrt{2} + \sqrt{2}$ وحدة لذا فإن $\sqrt{2} + \sqrt{2} > 2$.

تـدرب وحـل المسائل :-

مثـال 5,6

d) بيانياً: استعمل ورقة الرسم البياني لرسم مربع طول ضلعه $\sqrt{2}$ وحدة.



e) عددياً: برهن على أن مساحة المربع تساوي $2 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$ وحدة مربعة.

بما أن المربع ينتج أربعة مثلثات طول قاعدة كل منهما وحدة واحدة، وارتفاعه وحدة واحدة لذا فمساحة كل منها هي:

$$\frac{1}{2}ph = \frac{1}{2}(1)(1)$$

$$= \frac{1}{2}$$

إذن مساحة المربع هي:

$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$

الفهرس

الفصل الرابع

٤-٦ الأسس النسبية

Rational Exponents

فيما سبق

درست استعمال خصائص الأسس. (مهارة سابقة)

والآن

- أكتب عبارات ذات أسس نسبية بالصورة الجذرية وبالعكس.
- أبسّط عبارات أسية أو جذرية.

obeikaneducation.com

لماذا؟

يمكن أن تستعمل الصيغة $P = c(1 + r)^n$ لتقدير الثمن المستقبلي لسلعة اعتمادًا على التضخم المالي، حيث P يمثل الثمن المستقبلي، c تمثل الثمن الحالي، r يمثل معدَّل التضخم السنوي، n تمثل عدد السنوات المستقبلية. فمثلًا يمكن أن تستعمل الصيغة:

$$P = c(1 + r)^{\frac{1}{2}}$$

لتقدير الثمن المستقبلي لجهاز تبريد ماء في ستة أشهر.



الأسس النسبية والعبارات الجذرية: تعلم أن تربيع عدد غير سالب وإيجاد جذره التربيعي هما عمليتان عكسيتان. ولكن كيف يمكنك إيجاد قيمة عبارة تتضمن أسًّا نسبيًّا كما في الصيغة أعلاه؟ يمكنك إيجاد قيم مثل هذه العبارات بافتراض أن عبارات الأسس النسبية يصح فيها ما يصح في عبارات الأسس الصحيحة.

$$\left(b^{\frac{1}{2}}\right)^2 = b^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}}$$ اكتبه على صورة حاصل ضرب

$$= b^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}$$ اجمع الأسس

$$= b^1 = b$$ بسّط

لذا فإن $b^{\frac{1}{2}}$ هو عدد مربعه يساوي b؛ إذن $b^{\frac{1}{2}} = \sqrt{b}$.

٤-٦ الأسس النسبية

Rational Exponents

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

الأسس النسبية ($b^{\frac{1}{n}}$)

التعبير اللفظي: لأيّ عدد حقيقي b، وأيّ عدد صحيح موجب n، $b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$،
إلا إذا كانت $b < 0$، و n عددًا زوجيًا فإن الجذر النوني يكون عددًا مركبًا.

مثالان: $(-16)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{-16} = 4i$ ، $27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$

مثال 1 الصورتان الجذرية والأسية

a) اكتب $x^{\frac{1}{6}}$ على الصورة الجذرية.

$x^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{x}$ تعريف $b^{\frac{1}{n}}$

b) اكتب $\sqrt[4]{z}$ على الصورة الأسّية.

$\sqrt[4]{z} = z^{\frac{1}{4}}$ تعريف $b^{\frac{1}{n}}$

الفصل الرابع

٦-٤ الأسس النسبية

Rational Exponents

تحقق من فهمك :-

(1A أكتب $a^{\frac{1}{5}}$ ، $d^{\frac{7}{4}}$ على الصورة الجذرية.

$$\sqrt[4]{d^7} = d^{\frac{7}{4}} \quad ، \quad \sqrt[5]{a} = a^{\frac{1}{5}}$$

(1B اكتب $\sqrt[8]{c}$ ، $\sqrt[3]{c^{-5}}$ على الصورة الأسية.

$$\sqrt[3]{c^{-5}} = c^{\frac{-5}{3}} \quad ، \quad \sqrt[8]{c} = c^{\frac{1}{8}}$$



الفصل الـرابـع

٤-٦ الأسـس النسبية

Rational Exponents

وبشكل عام يمكنك تقديم التعريف العام الآتي للأسس النسبية:

مفهوم أساسي — **الأسس النسبية ($b^{\frac{x}{y}}$)**

أضف إل... مطويتك

التعبير اللفظي: يكون $b^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{b^x} = (\sqrt[y]{b})^x$ لأيِّ عدد حقيقي b لا يساوي صفرًا ، ولأي عددين صحيحين x , y بحيث $y > 1$، إلا إذا كانت $b < 0$ و y عددًا زوجيًا، فإن الجذر قد يكون عددًا مركبًا.

مثالان: $(-16)^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{-16})^3 = (4i)^3 = -64i$ $\quad$ $27^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{27})^2 = 3^2 = 9$

كما أن القواعد التي تنطبق على الأسس الصحيحة السالبة تنطبق أيضًا على الأسس النسبية السالبة.

مثال 2 — **إيجاد قيم عبارات تتضمن أسسًا نسبية**

أوجد قيمة كلِّ عبارة مما يأتي:

a) $81^{-\frac{1}{4}}$

$81^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{81^{\frac{1}{4}}}$ $\quad$ $b^{-n} = \frac{1}{b^n}$

$= \frac{1}{\sqrt[4]{81}}$ $\quad$ $81^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{81}$

$= \frac{1}{\sqrt[4]{3^4}}$ $\quad$ $81 = 3^4$

$= \frac{1}{3}$ $\quad$ بسّط

b) $216^{\frac{2}{3}}$

$216^{\frac{2}{3}} = (6^3)^{\frac{2}{3}}$ $\quad$ $216 = 6^3$

$= 6^{3 \cdot \frac{2}{3}}$ $\quad$ خاصية قوة القوة

$= 6^2$ $\quad$ ضرب الأسس

$= 36$ $\quad$ بسّط

الفصل الـرابـع
٤-٦ الأسـس النسبيـة
Rational Exponents

تحقق من فهمك :-

2) أوجدِ قيمة كل عبارة مما يأتي:

* $256^{\frac{3}{8}}$

$$256^{\frac{3}{8}} = (2^8)^{\frac{3}{8}}$$

$$= 8$$

* $-3125^{-\frac{1}{5}}$

$$-3125^{-\frac{1}{5}} = -\frac{1}{3125^{\frac{1}{5}}}$$

$$= -\frac{1}{(5^5)^{\frac{1}{5}}}$$

$$= -\frac{1}{5}$$



٤-٦ الأسس النسبية

Rational Exponents

مثال 3 من واقع الحياة — حل معادلات تتضمن أسسًا نسبية

ثقافة مالية: ارجع إلى الفقرة الواردة في بداية الدرس، وافترض أن الثمن الحالي لجهاز تبريد الماء هو 390 ريالًا. فكم سيزيد الثمن خلال ستة أشهر إذا كان معدَّل التضخم المالي السنوي 5.3% ؟

$P = c(1+r)^n$ الصيغة

$= 390(1+0.053)^{\frac{1}{2}}$ $c = 390,\ r = 0.053,\ n = \frac{6\ \text{أشهر}}{12\ \text{شهرًا}} = \frac{1}{2}$

≈ 400.20 استعمل الحاسبة

إذن سيزيد ثمن جهاز تبريد الماء بعد ستة أشهر بمقدار 10.20 ريالات تقريبًا. $400.20 - 390.00 = 10.20$

تبسيط العبارات: خواص الأسس التي تعلمتها سابقًا تنطبق أيضًا على الأسس النسبية؛ لذا اكتب كل عبارة على صورة أسس موجبة. واحرص على أن تكون الأسس في مقام الكسر أعدادًا صحيحة موجبة؛ لذلك أنت في حاجة إلى إنطاق المقام أحيانًا.

الفصل الـرابـع

٤-٦ الأســس النسبية

Rational Exponents

تحقق من فهمك :-

3) افرض أن ثمن لتر الحليب الآن 4ريالات. فكم سيزيد الثمن بعد تسعة أشهر، إذا كان معدل التضخم المالي السنوي 5.3%؟



$$P = c(1+r)^n$$

$$P = 4(1+0.053)^{\frac{9}{12}}$$

$$\approx 4.16$$

0.16 = 4 – 4.16 إذاً سيزيد ثمن لتر الحليب بعد تسعة أشهر بمقدار 0.16 ريال تقريباً.



الفصل الرابع
٤-٦ الأسس النسبية
Rational Exponents

مثال 4 تبسيط عبارات بأسس نسبية

بسّط كلَّ عبارة مما يأتي:

$$a^{\frac{2}{7}} \cdot a^{\frac{4}{7}}$$

$a^{\frac{2}{7}} \cdot a^{\frac{4}{7}} = a^{\frac{2}{7}+\frac{4}{7}}$ خاصية ضرب القوى

$= a^{\frac{6}{7}}$ جمع الأسس

$$b^{-\frac{5}{6}}$$

$b^{-\frac{5}{6}} = \frac{1}{b^{\frac{5}{6}}}$ $b^{-n} = \frac{1}{b^{n}}$

$= \frac{1}{b^{\frac{5}{6}}} \cdot \frac{b^{\frac{1}{6}}}{b^{\frac{1}{6}}}$ اضرب في $\frac{b^{\frac{1}{6}}}{b^{\frac{1}{6}}}$

$= \frac{b^{\frac{1}{6}}}{b^{\frac{6}{6}}}$ $b^{\frac{5}{6}} \cdot b^{\frac{1}{6}} = b^{\frac{5}{6}+\frac{1}{6}}$

$= \frac{b^{\frac{1}{6}}}{b}$ $b^{\frac{6}{6}} = b^{1} = b$

مثال 4 تبسيط عبارات بأسس نسبية

بسّط كلّ عبارة مما يأتي:

$$\frac{x^{\frac{1}{2}}-2}{3x^{\frac{1}{2}}+2}$$

$$\frac{x^{\frac{1}{2}}-2}{3x^{\frac{1}{2}}+2}=\frac{x^{\frac{1}{2}}-2}{3x^{\frac{1}{2}}+2}\cdot\frac{3x^{\frac{1}{2}}-2}{3x^{\frac{1}{2}}-2}$$

$3x^{\frac{1}{2}}-2$ مرافق لـ $3x^{\frac{1}{2}}+2$

$$=\frac{3x^{\frac{2}{2}}-8x^{\frac{1}{2}}+4}{9x^{\frac{2}{2}}-4}$$

اضرب

$$=\frac{3x-8x^{\frac{1}{2}}+4}{9x-4}$$

بسّط

تحقق من فهمك :-

4) بسط كلا مما يأتي:

4A) $P^{\frac{1}{4}} \cdot P^{\frac{9}{4}}$ *

4B) $r^{-\frac{4}{5}}$ *

4C) $\dfrac{y^{\frac{1}{2}}+2}{y^{\frac{1}{2}}-2}$ *

$$P^{\frac{1}{4}} \cdot P^{\frac{9}{4}} = P^{\frac{1}{4}+\frac{9}{4}}$$

$$= P^{\frac{10}{4}}$$

$$= P^{\frac{5}{2}}$$

$$r^{-\frac{4}{5}} = \frac{1}{r^{\frac{4}{5}}}$$

$$= \frac{1}{r^{\frac{4}{5}}} \cdot \frac{r^{\frac{1}{5}}}{r^{\frac{1}{5}}}$$

$$= \frac{r^{\frac{1}{5}}}{r}$$

$$\frac{y^{\frac{1}{2}}+2}{y^{\frac{1}{2}}-2} = \frac{y^{\frac{1}{2}}+2}{y^{\frac{1}{2}}-2} \cdot \frac{y^{\frac{1}{2}}+2}{y^{\frac{1}{2}}+2}$$

$$= \frac{y+2y^{\frac{1}{2}}+2y^{\frac{1}{2}}+4}{y-4}$$

$$= \frac{y+4y^{\frac{1}{2}}+4}{y-4}$$



الفصل الرابع

٤-٦ الأسس النسبية

Rational Exponents

عند تبسيط عبارة جذرية اجعل دليل الجذر أقل ما يمكن. وتذكّر أن استعمال الأسس النسبية يسهّل هذه العملية، وبعد الانتهاء من استعمال الأسس النسبية، أعد كتابة الناتج في الصورة الجذرية.

مثال 5 تبسيط العبارات الجذرية

بسّط كلَّ عبارة مما يأتي:

5A) $\frac{\sqrt[4]{27}}{\sqrt{3}}$

$$\frac{\sqrt[4]{27}}{\sqrt{3}} = \frac{27^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{1}{2}}}$$ الأسس النسبية

$$= \frac{(3^3)^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{1}{2}}}$$ $27 = 3^3$

$$= \frac{3^{\frac{3}{4}}}{3^{\frac{1}{2}}}$$ خاصية قوة القوة

$$= 3^{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}}$$ خاصية قسمة قوتين

$$= 3^{\frac{1}{4}}$$ بسّط

$$= \sqrt[4]{3}$$ أعد كتابة العبارة على الصورة الجذرية

الفصل الـرابـع

٤-٦ الأســس النسبية

Rational Exponents

عند تبسيط عبارة جذرية اجعل دليل الجذر أقل ما يمكن. وتذكّر أن استعمال الأسس النسبية يسهّل هذه العملية، وبعد الانتهاء من استعمال الأسس النسبية، أعد كتابة الناتج في الصورة الجذرية.

مثال 5 تبسيط العبارات الجذرية

بسّط كلَّ عبارة مما يأتي:

5B) $\sqrt[4]{9g^2}$

$$\sqrt[4]{9g^2} = (9g^2)^{\frac{1}{4}}$$ الأسس النسبية

$$= [(3g)^2]^{\frac{1}{4}}$$ $9g^2 = (3g)^2$

$$= (3g)^{\frac{1}{2}}$$ خاصية قوة القوة

$$= \sqrt{3g}$$ أعد كتابة العبارة على الصورة الجذرية

تحقق من فهمك :-

5) بسط كلا مما يأتي:

5A) $\dfrac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[3]{2}}$ *

$$\frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{32^{\frac{1}{4}}}{2^{\frac{1}{3}}} = \frac{(2^5)^{\frac{1}{4}}}{2^{\frac{1}{3}}} = \frac{2^{\frac{5}{4}}}{2^{\frac{1}{3}}}$$

$$= 2^{\frac{5}{4}-\frac{1}{3}}$$

$$= 2^{\frac{15}{12}-\frac{4}{12}}$$

$$= 2^{\frac{11}{12}}$$

$$= \sqrt[12]{2^{11}}$$

5B) $\sqrt[3]{16x^4}$ *

$$\sqrt[3]{16x^4} = \sqrt[3]{2^4x^4}$$

$$= \sqrt[3]{2.2^3.x.x^3}$$

$$= 2x\sqrt[3]{2x}$$



الفصل الرابع
٤-٦ الأسس النسبية
Rational Exponents

ملخص المفاهيم

أضف إلى مطويتك

عبارات تتضمن أسسًا نسبية

تكون العبارات التي تتضمن أُسسًا نسبية في أبسط صورة إذا تحققت الشروط الآتية:

- جميع الأُسس غير سالبة.
- جميع الأُسس في المقام هي أعداد صحيحة موجبة.
- لا يتضمن أي من البسط أو المقام أو كليهما كسرًا.
- دليل الجذر أو الجذور المتبقية فيها أصغر ما يمكن.

إرشادات للدراسة

العبارات الجذرية والأسية

اكتب العبارة بعد تبسيطها (الناتج النهائي) على الصورة التي كان عليها قبل التبسيط؛ أيْ إذا بدأت بعبارة جذرية، فاكتب الناتج النهائي على الصورة الجذرية، وإذا بدأت بعبارة تتضمن أسسًا نسبية، فاكتب الناتج النهائي على الصورة الأسية.

تـــأكـد :-

مثـال 1

اكتب العبارة الآسية على الصورة الجذرية والعبارة الجذرية على الصورة الآسية في كل مما يأتي:

1) $10^{\frac{1}{4}}$

2) $x^{\frac{3}{5}}$

3) $\sqrt[3]{15}$

$$10^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{10}$$

$$x^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{x^3}$$

$$\sqrt[3]{15} = 15^{\frac{1}{3}}$$

4) $\sqrt[4]{7x^6y^9}$

$$\sqrt[4]{7x^6y^9} = 7^{\frac{1}{4}}x^{\frac{3}{2}}y^{\frac{9}{4}}$$

تـــأكـد :-

مثـال 2

اكتب العبارة الآسية على الصورة الجذرية والعبارة الجذرية على الصورة الآسية في كل مما يأتي:

6) $32^{-\frac{1}{5}}$

5) $343^{\frac{1}{3}}$

$$32^{-\frac{1}{5}} = \frac{1}{32^{\frac{1}{5}}} = \frac{1}{\sqrt[5]{32}} = \frac{1}{2}$$

$$343^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{343} = 7$$

تـــأكـد :-

مثال 2

اكتب العبارة الآسية على الصورة الجذرية والعبارة الجذرية على الصورة الآسية في كل مما يأتي:

7) $125^{\frac{2}{3}}$

$$125^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{125^2}$$
$$= \sqrt[3]{(5^3)^2}$$
$$= \sqrt[3]{5^6}$$
$$= 5^2$$
$$= 25$$

حل آخر:

$$125^{\frac{2}{3}} = (5^3)^{\frac{2}{3}}$$
$$= 5^2$$
$$= 25$$

8) $\frac{24}{4^{\frac{3}{2}}}$

$$\frac{24}{4^{\frac{3}{2}}} = \frac{24}{(2^2)^{\frac{3}{2}}}$$
$$= \frac{24}{2^3}$$
$$= \frac{24}{8}$$
$$= 3$$

تــــأكــد :-

مثال 3

9) إذا علمت مساحة مربع ، فإنه يمكن إيجاد طول ضلعه ℓ باستعمال القانون $\ell = A^{\frac{1}{2}}$. فإذا علمت أن مساحة حديقة مربعة الشكل $169m^2$. فما طول ضلعها ؟

$$\ell = A^{\frac{1}{2}}$$

$$\ell = (169)^{\frac{1}{2}}$$

$$\ell = (13^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\ell = 13m$$

تــــأكـد :-

مثال 4,5

بسط كل عبارة مما يأتي:

11) $\dfrac{x^{\frac{4}{5}}}{x^{\frac{1}{5}}}$

10) $a^{\frac{3}{4}} \cdot a^{\frac{1}{2}}$

$$\frac{x^{\frac{4}{5}}}{x^{\frac{1}{5}}} = x^{\frac{4}{5}} \,.\, x^{\frac{-1}{5}}$$

$$= x^{\frac{3}{5}}$$

$$a^{\frac{3}{4}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{3}{4}} \cdot a^{\frac{2}{4}}$$

$$= a^{\frac{5}{4}}$$



تـــأكـد :-

مثال 4,5

بسط كل عبارة مما يأتي:

$$\frac{b^3}{c^{\frac{1}{2}}}\cdot\frac{c}{b^{\frac{1}{3}}} \quad (12$$

$$\frac{b^3}{c^{\frac{1}{2}}}\cdot\frac{c}{b^{\frac{1}{3}}} = b^3 . b^{\frac{-1}{3}} . c . c^{\frac{-1}{2}}$$

$$= b^{\frac{9}{3}} . b^{\frac{-1}{3}} . c^{\frac{2}{2}} . c^{\frac{-1}{2}}$$

$$= b^{\frac{8}{3}} c^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt[4]{9g^2} \quad (13$$

$$\sqrt[4]{9g^2} = \sqrt[4]{3^2 g^2}$$

$$= 3^{\frac{2}{4}} . g^{\frac{2}{4}}$$

$$= 3^{\frac{1}{2}} . g^{\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{3} . \sqrt{g}$$

$$= \sqrt{3g}$$

تــــأكـد :-

مثال 4,5

بسط كل عبارة مما يأتي:

14) $\dfrac{\sqrt[5]{64}}{\sqrt[5]{4}}$

$$\frac{\sqrt[5]{64}}{\sqrt[5]{4}} = \sqrt[5]{\frac{64}{4}}$$

$$= \sqrt[5]{16}$$

15) $\dfrac{g^{\frac{1}{2}}-1}{g^{\frac{1}{2}}+1}$

$$\frac{g^{\frac{1}{2}}-1}{g^{\frac{1}{2}}+1} = \frac{g^{\frac{1}{2}}-1}{g^{\frac{1}{2}}+1} \cdot \frac{g^{\frac{1}{2}}-1}{g^{\frac{1}{2}}-1}$$

$$= \frac{g-2g^{\frac{1}{2}}+1}{g-1}$$



تدرب وحل المسائل :–

مثال 1

أكتب العبارة الآسية على الصورة الجذرية والعبارة الجذرية على الصورة الآسية في كل مما يأتي:

16) $8^{\frac{1}{5}}$

$$8^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{8}$$

17) $(x^3)^{\frac{3}{2}}$

$$(x^3)^{\frac{3}{2}} = (\ x\ )^{\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{x^9}$$

تـدرب وحـل المسائل :–

مثـال 1

أكتب العبارة الآسية على الصورة الجذرية والعبارة الجذرية على الصورة الآسية في كل مما يأتي:

$\sqrt{17}$ (18

$\sqrt[4]{625x^2}$ (19

$$\sqrt{17} = 17^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt[4]{625x^2} = \sqrt[4]{5^4x^2}$$

$$= 5x^{\frac{2}{4}}$$

$$= 5x^{\frac{1}{2}}$$

تـدرب وحـل المسائل :ـ

مثـال 2

أوجد قيمة كل عبارة مما يأتي:

$256^{\frac{1}{4}}$ (21

$$256^{\frac{1}{4}} = \left(2^8\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$= 2^2$$

$$= 4$$

$27^{\frac{1}{3}}$ (20

$$27^{\frac{1}{3}} = \left(3^3\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$= 3$$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 2

أوجد قيمة كل عبارة مما يأتي:

22) $16^{-\frac{1}{2}}$

$$16^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{16^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{1}{(2^4)^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{1}{4}$$

23) $(-27)^{-\frac{2}{3}}$

$$(-27)^{-\frac{2}{3}} = -\frac{1}{27^{\frac{2}{3}}}$$

$$= \frac{1}{(-3^3)^{\frac{2}{3}}}$$

$$= \frac{1}{(-3\ )^2}$$

$$= \frac{1}{9}$$

تـدرب وحـل المسائل :-

مثال 3

24) كرة سلة: يوجد حجمان لكرة السلة حجم كبير وآخر صغير كما في الصورة جانباً. فإذا كان نصف قطر الكرة r التي تسع V وحدة مكعبة من الهواء يعبر عنه بالعلاقة $r = (\frac{3V}{4\pi})^{\frac{1}{3}}$:

***a*)** أوجد نصف قطر كرة السلة ذات الحجم الصغير.



$V = 413 in^3$

$$r = (\frac{3V}{4\pi})^{\frac{1}{3}}$$

$$= (\frac{3(413)}{4\pi})^{\frac{1}{3}}$$

$$\approx 4.62\ in$$

***b*)** أوجد نصف قطر كرة السلة ذات الحجم الكبير .



$V = 455 in^3$

$$r = (\frac{3V}{4\pi})^{\frac{1}{3}}$$

$$= (\frac{3(455)}{4\pi})^{\frac{1}{3}}$$

$$\approx 4.77\ in$$

تـدرب وحـل المسائل :–

مثـال 4,5

بسط كل عبارة مما يأتي:

$x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{2}{5}}$ (25

$y^{-\frac{4}{5}}$ (26

$$x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{2}{5}} = x^{\frac{5}{15}} \cdot x^{\frac{6}{15}}$$

$$= x^{\frac{11}{15}}$$

$$y^{-\frac{4}{5}} = \frac{1}{y^{\frac{4}{5}}}$$

$$= \frac{1}{y^{\frac{4}{5}}} \cdot \frac{y^{\frac{1}{5}}}{y^{\frac{1}{5}}}$$

$$= \frac{y^{\frac{1}{5}}}{y}$$

تـدرب وحـل المسائل :–

مثـال 4,5

بسط كل عبارة مما يأتي:

28) $\sqrt[4]{25x^2}$

27) $\dfrac{\sqrt[8]{81}}{\sqrt[6]{3}}$

$$\sqrt[4]{25x^2} = \sqrt[4]{5^2x^2}$$
$$= \sqrt[4]{(5x)^2}$$
$$= (5x)^{\frac{1}{2}}$$
$$= \sqrt{5x}$$

$$\frac{\sqrt[8]{81}}{\sqrt[6]{3}} = \frac{\sqrt[8]{3^4}}{\sqrt[6]{3}}$$
$$= \frac{3^{\frac{4}{8}}}{3^{\frac{1}{6}}}$$
$$= \frac{3^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{6}}}$$
$$= 3^{\frac{1}{2}-\frac{1}{6}}$$
$$= 3^{\frac{1}{3}}$$
$$= \sqrt[3]{3}$$



تدرب وحل المسائل :-

مثال 4,5

بسط كل عبارة مما يأتي:

$$\frac{x^{\frac{1}{4}}+2}{x^{\frac{1}{4}}-2} \quad (29$$

$$\frac{x^{\frac{1}{4}}+2}{x^{\frac{1}{4}}-2} = \frac{x^{\frac{1}{4}}+2}{\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}-2}$$

$$= \frac{x^{\frac{1}{4}}+2}{\sqrt{x^{\frac{1}{2}}}-2} \cdot \frac{\sqrt{x^{\frac{1}{2}}}+2}{\sqrt{x^{\frac{1}{2}}}+2}$$

$$= \frac{x^{\frac{2}{4}}+2x^{\frac{1}{4}}+2x^{\frac{1}{4}}+4}{x^{\frac{1}{2}}-4}$$

$$= \frac{x^{\frac{1}{2}}+4x^{\frac{1}{4}}+4}{x^{\frac{1}{2}}-4} \cdot \frac{x^{\frac{1}{2}}+4}{x^{\frac{1}{2}}+4}$$

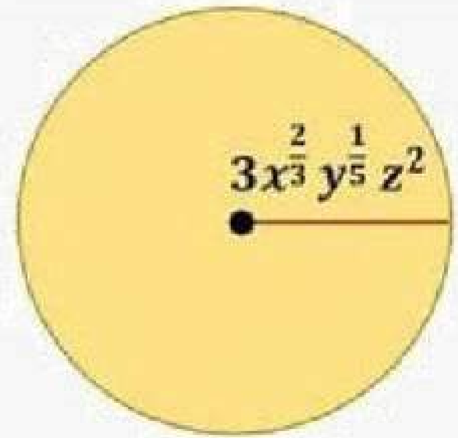
$$= \frac{x+4x^{\frac{1}{2}}+4x^{\frac{3}{4}}+16x^{\frac{1}{4}}+4x^{\frac{1}{2}}+16}{x-16}$$

$$= \frac{x+8x^{\frac{1}{2}}+4x^{\frac{3}{4}}+16x^{\frac{1}{4}}+16}{x-16}$$

تدرب وحل المسائل :-

هندسة: أوجد مساحة كل شكل فيما يأتي:

(31



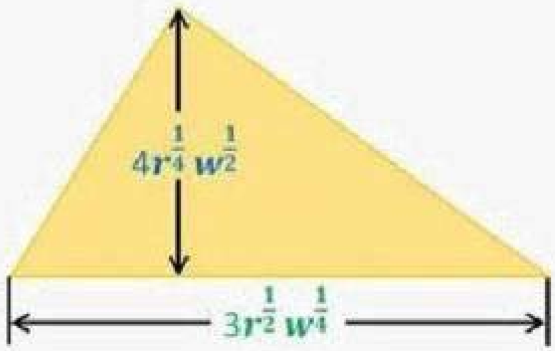
$$A = \pi r^2$$

$$= \pi\,(3x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{5}}z^2)^2$$

$$= \pi .\, 9x^{\frac{4}{3}}y^{\frac{2}{5}}z^4$$

$28.27x^{\frac{4}{3}}y^{\frac{2}{5}}z^4$ وحدة مربعة تقريباً.

(30



$$A = \frac{1}{2}\,h\,p$$

$$= \frac{1}{2}\,(4r^{\frac{1}{4}}\,w^{\frac{1}{2}})(3r^{\frac{1}{2}}\,w^{\frac{1}{4}})$$

$$= 6\,r^{\frac{3}{4}}w^{\frac{3}{4}}$$

تدرب وحل المسائل :-

32) ما أبسط صورة للعبارة $18^{\frac{1}{2}} + 2^{\frac{1}{2}} - 32^{\frac{1}{2}}$ ؟

$$18^{\frac{1}{2}} + 2^{\frac{1}{2}} - 32^{\frac{1}{2}} = \sqrt{18} + \sqrt{2} - \sqrt{32}$$

$$= 3\sqrt{2} + \sqrt{2} - 4\sqrt{2}$$

$$= 4\sqrt{2} - 4\sqrt{2}$$

$$= 0$$



تدرب وحل المسائل :ـ

بسط كل عبارة مما يأتي:

33) $a^{\frac{7}{4}} \cdot a^{\frac{5}{4}}$

$$a^{\frac{7}{4}} \cdot a^{\frac{5}{4}} = a^{\frac{12}{4}}$$

$$= a^{3}$$

34) $\left(y^{-\frac{3}{5}}\right)^{-\frac{1}{4}}$

$$\left(y^{-\frac{3}{5}}\right)^{-\frac{1}{4}} = y^{\frac{3}{20}}$$



تـدرب وحـل المسائل :ــ

بسط كل عبارة مما يأتي:

35) $\sqrt[6]{216}$

$$\sqrt[6]{2^3 3^3} = \sqrt[6]{(2.3)^3}$$

$$= \sqrt[6]{6^3}$$

$$= 6^{\frac{3}{6}}$$

$$= 6^{\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{6}$$

36) $w^{-\frac{7}{8}}$

$$w^{-\frac{7}{8}} = \frac{1}{w^{\frac{7}{8}}}$$

$$= \frac{1}{w^{\frac{7}{8}}} \cdot \frac{w^{\frac{1}{8}}}{w^{\frac{1}{8}}}$$

$$= \frac{w^{\frac{1}{8}}}{w}$$

تـدرب وحـل المسائل :-

37)محميات: إذا افترضنا أن عدد الغزلان يتضاعف في المحميات الطبيعية كل سنتين. فإذا كان في المحمية 100 غزال، وكان عدد الغزلان D بعد t من السنوات يعبر عنه بالصيغة $D = 100 . 2^{\frac{t}{2}}$ فأجب عما يأتي:

a) كم يصبح عدد الغزال بعد أربع سـنوات ونصف؟

$$D = 100 . 2^{\frac{t}{2}}$$

$$= 100 . 2^{\frac{4.5}{2}}$$

≈ 475 تقريباً

b) اعمل جدولاً يحدد عدد الغزلان في كل سنة من السنوات الخمس القادمة.

السنة	0	1	2	3	4	5
عدد الغزلان	100	141	200	282	400	565



الربط مع الحياة

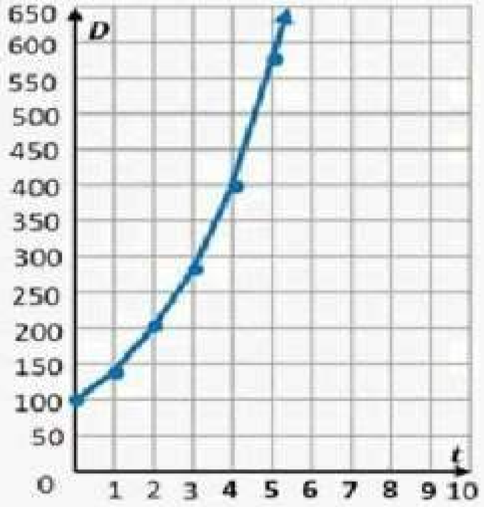
الطريقة الأكثر دقة لتحديد عمر بعض أنواع الغزلان هي النظر إلى مقطع عرضي لإحدى أسنانه، حيث تنمو كل فصل شتاء طبقة كلسية تكسو السن على شكل حلقة، وكل حلقة تمثل سنة كما هو الحال في حلقات جذع الشجرة.

المصدر: wildlife Analytical Laboratories

تـدرب وحـل المسائل :ـ

37)محميات: إذا افترضنا أن عدد الغزلان يتضاعف في المحميات الطبيعية كل سنتين. فإذا كان في المحمية 100 غزال، وكان عدد الغزلان D بعد t من السنوات يعبر عنه بالصيغة $D = 100 \cdot 2^{\frac{t}{2}}$ فأجب عما يأتي:

c) مثل بيانياً الجدول الذي كونته في الفرع b .



d) قرر باستعمال الجدول، والتمثيل البياني: هل عدد الغزلان في المحمية معقول على المدى البعيد أم لا. ووضح إجابتك.

لا؛ ليس معقولاً القول بأن العدد سيستمر بالزيادة دون حدود. وهو لم يأخذ بعين الاعتبار معدل النفوق للغزلان.

تـدرب وحـل المسائل :-

بسط كل عبارة مما يأتي:

(38 $\dfrac{f^{-\frac{1}{4}}}{4f^{\frac{1}{2}}\cdot f^{-\frac{1}{3}}}$

$$\frac{f^{-\frac{1}{4}}}{4f^{\frac{1}{2}}\cdot f^{-\frac{1}{3}}} = \frac{f^{-\frac{1}{4}}}{4f^{\frac{3}{6}}\cdot f^{-\frac{2}{6}}}$$

$$= \frac{f^{-\frac{1}{4}}}{4f^{\frac{1}{6}}}$$

$$= \frac{f^{-\frac{1}{4}}}{4f^{\frac{1}{6}}} \cdot \frac{f^{\frac{5}{6}}}{f^{\frac{5}{6}}}$$

$$= \frac{f^{-\frac{1}{4}+\frac{5}{6}}}{4f}$$

$$= \frac{f^{-\frac{3}{12}+\frac{10}{12}}}{4f}$$

$$= \frac{f^{\frac{7}{12}}}{4f}$$

تـدرب وحـل المسائل :ـ

بسط كل عبارة مما يأتي:

(39 $\dfrac{g^{\frac{5}{2}}}{g^{\frac{1}{2}}+2}$

$$\frac{g^{\frac{5}{2}}}{g^{\frac{1}{2}}+2}=\frac{g^{\frac{5}{2}}}{g^{\frac{1}{2}}+2}\cdot\frac{g^{\frac{1}{2}}-2}{g^{\frac{1}{2}}-2}$$

$$=\frac{g^{3}-2g^{\frac{5}{2}}}{g-4}$$

تـدرب وحـل المسائل :–

بسط كل عبارة مما يأتي:

(40 $\dfrac{c^{\frac{2}{3}}}{c^{\frac{1}{6}}}$

$$\frac{c^{\frac{2}{3}}}{c^{\frac{1}{6}}} = \frac{c^{\frac{2}{3}}}{c^{\frac{1}{6}}} \cdot \frac{c^{\frac{5}{6}}}{c^{\frac{5}{6}}}$$

$$= \frac{c^{\frac{4}{6}}}{c^{\frac{1}{6}}} \cdot \frac{c^{\frac{5}{6}}}{c^{\frac{5}{6}}}$$

$$= \frac{c^{\frac{9}{6}}}{c}$$

$$= \frac{c^{\frac{3}{2}}}{c}$$

$$= c^{\frac{3}{2}-1}$$

$$= c^{\frac{1}{2}}$$

تـدرب وحـل المسائل :–

بسط كل عبارة مما يأتي:

41) $\sqrt{23} \cdot \sqrt[3]{23^2}$

$$\sqrt{23} \cdot \sqrt[3]{23^2} = (23)^{\frac{1}{2}}.(23)^{\frac{2}{3}}$$

$$= (23)^{\frac{3}{6}}.(23)^{\frac{2}{6}}$$

$$= (23)^{\frac{7}{6}}$$

$$= \sqrt[6]{23^7}$$

$$= \sqrt[6]{23^1 23^6}$$

$$= 23\sqrt[6]{23}$$

تدرب وحل المسائل :-

بسط كل عبارة مما يأتي:

$\sqrt{\sqrt{81}}$ (42

$$\sqrt{\sqrt{81}} = \left((81)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left((3^4)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= (3^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 3$$

حل آخر:

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt[mn]{x}$$

$$\sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt[4]{81}$$

$$= \sqrt[4]{3^4}$$

$$= 3$$

تدرب وحل المسائل :-

بسط كل عبارة مما يأتي:

$$43)\ \sqrt[4]{\sqrt{256}}$$

$$\sqrt[4]{\sqrt{256}} = \left((256)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$= \left((2^8)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$= (2^4)^{\frac{1}{4}}$$

$$= 2$$

حل آخر:

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt[mn]{x}$$

$$\sqrt[4]{\sqrt{256}} = \sqrt[8]{256}$$

$$= \sqrt[8]{2^8}$$

$$= 2$$

تـدرب وحـل المسائل :–

بسط كل عبارة مما يأتي:

44) $\frac{xy}{\sqrt[3]{z}}$

$$\frac{xy}{\sqrt[3]{z}} = \frac{xy}{\sqrt[3]{z}} \cdot \frac{\sqrt[3]{z^2}}{\sqrt[3]{z^2}}$$

$$= \frac{xy\sqrt[3]{z^2}}{\sqrt[3]{z^3}}$$

$$= \frac{xy\sqrt[3]{z^2}}{z}$$



تدرب وحل المسائل :–

بسط كل عبارة مما يأتي:

$$\frac{8^{\frac{1}{6}}-9^{\frac{1}{4}}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \quad (45$$

$$\frac{8^{\frac{1}{6}}-9^{\frac{1}{4}}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{(2^3)^{\frac{1}{6}}-(3^2)^{\frac{1}{4}}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2^{\frac{3}{6}}-3^{\frac{2}{4}}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2^{\frac{1}{2}}-3^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{6}-2-3+\sqrt{6}}{3-2}$$

$$= 2\sqrt{6} - 5$$



تـدرب وحـل المسائل :ـ

46) تمثيلات متعددة: ستستكشف في هذا السؤال الدالتين: $g(x) = x^{\frac{1}{3}}$, $f(x) = x^3$.

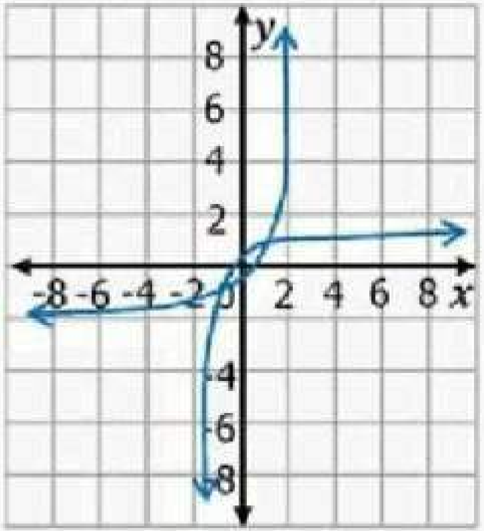
a) **جدولياً:** انسخ الجدول المجاور، وأكمله.

x	$f(x)$	$g(x)$
−2		
−1		
0		
1		
2		

x	$f(x)$	$g(x)$
−2	−8	−1.26
−1	−1	−1
0	0	0
1	1	1
2	8	1.26

تـدرب وحـل المسائل :-

b) **بيانياً:** مثل بيانياً كلاً من : $f(x)$, $g(x)$.



c) **لفظياً:** ما التحويل الهندسي الذي يصف العلاقة بين تمثيليهما البيانيين؟

انعكاس حول المحور $y = x$

الفهرس



الفصل الرابع

٤-٧ حل المعادلات والمتباينات الجذرية

Solving Radical Equations and Inequalities

فيما سبق

درست حل معادلات كثيرات الحدود. (الدرس 6-3)

والآن

- أحل معادلات تحتوي جذورًا.
- أحل متباينات تحتوي جذورًا.

المفردات

المعادلة الجذرية
radical equation

الحل الدخيل
extraneous solution

المتباينة الجذرية
radical inequality

لماذا؟



عندما تقفز إلى الأعلى فإنك ترتفع عن الأرض وتبقى زمنًا معينًا في الهواء يُسمى زمن التحليق. ويمكنك إيجاد زمن التحليق t بالثواني إذا علمت ارتفاع القفزة h بالأقدام، وذلك باستعمال الصيغة $t = 0.5\sqrt{h}$.

إذا عُلم أن زمن تحليق أحد لاعبي كرة السلة 0.98 ثانية تقريبًا، فكيف يمكنك حساب ارتفاع قفزته؟

حل المعادلات الجذرية: تحتوي المعادلات الجذرية على عبارات جذرية يكون المتغير فيها تحت الجذر. ويمكنك حلها عن طريق رفع طرفي المعادلة لأس معين.

مفهوم أساسي — حل المعادلات الجذرية

أضف إلى مطويتك

الخطوة 1: اجعل الجذر في طرف واحد من المعادلة.

الخطوة 2: ارفع طرفَي المعادلة لقوة مساوية لدليل الجذر؛ وذلك للتخلص من الجذر.

الخطوة 3: حل معادلة كثيرة الحدود الناتجة، ثم تحقق من صحة الحل.

الفصل الرابع

٤-٧ حل المعادلات والمتباينات الجذرية

Solving Radical Equations and Inequalities

عند حل بعض المعادلات الجذرية، قد لا يحقق الحل المعادلة الأصلية. ويُسمى مثل هذا الحل **حلًا دخيلًا**.

مثال 1 حل معادلات جذرية

حلّ كل معادلة مما يأتي:

a) $\sqrt{x+2}+4=7$

$\sqrt{x+2}+4=7$	المعادلة الأصلية
$\sqrt{x+2}=3$	اطرح 4 من الطرفين لفصل الجذر
$(\sqrt{x+2})^2=3^2$	ربّع الطرفين للتخلص من الجذر
$x+2=9$	أوجد مربع الطرفين
$x=7$	اطرح 2 من الطرفين

تحقق:

$\sqrt{x+2}+4=7$	المعادلة الأصلية
$\sqrt{7+2}+4\stackrel{?}{=}7$	عوض عن x بالعدد 7
$7=7$ ✓	بسّط

٧-٤ حل المعادلات والمتباينات الجذرية

Solving Radical Equations and Inequalities

b) $\sqrt{x-12} = 2 - \sqrt{x}$

$\sqrt{x-12} = 2 - \sqrt{x}$ المعادلة الأصلية

$(\sqrt{x-12})^2 = (2 - \sqrt{x})^2$ ربّع الطرفين

$x - 12 = 4 - 4\sqrt{x} + x$ أوجد مربع الطرفين

$-16 = -4\sqrt{x}$ اطرح $4 + x$ من الطرفين لفصل الجذر

$4 = \sqrt{x}$ اقسم الطرفين على -4

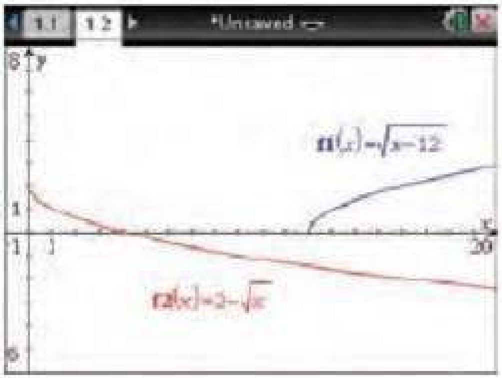
$16 = x$ ربّع الطرفين

تحقق: $\sqrt{x-12} = 2 - \sqrt{x}$

$\sqrt{16-12} \stackrel{?}{=} 2 - \sqrt{16}$

$\sqrt{4} \stackrel{?}{=} 2 - 4$

$2 \neq -2$



يكون حل هذه المعادلة دخيلًا. والتمثيلان البيانيان للمعادلة $y = \sqrt{x-12}$ ، والمعادلة $y = 2 - \sqrt{x}$ لا يتقاطعان، وهذا يؤكد أنه لا يوجد حل حقيقي.

إرشادات للدراسة

التحقق من الحل

يمكنك استعمال الحاسبة البيانية للتحقق من حل المعادلة، مثّل كل طرف من أطراف المعادلة الأصلية بيانيًا، ثم ابحث عن نقاط التقاطع.

٤-٧ حل المعادلات والمتباينات الجذرية

Solving Radical Equations and Inequalities

تحقق من فهمك :-

(1A حل المعادلة التالية: $5 = \sqrt{x-2} - 1$

$$5 = \sqrt{x-2} - 1$$

$$\sqrt{x-2} = 6$$

$$(\sqrt{x-2})^2 = 6^2$$

$$x - 2 = 36$$

$$x = 38$$

تحقق: $5 = \sqrt{x-2} - 1$

	$\sqrt{38-2} - 1$
	$6 - 1$
5	5 ✓

الفصل الرابع

٤-٧ حل المعادلات والمتباينات الجذرية

Solving Radical Equations and Inequalities

تحقق من فهمك :-

1B) حل المعادلة التالية: $\sqrt{x+15} = 5 + \sqrt{x}$

$$\sqrt{x+15} = 5 + \sqrt{x}$$

$$(\sqrt{x+15})^2 = (5 + \sqrt{x})^2$$

$$x + 15 = 25 + 10\sqrt{x} + x$$

$$15 = 25 + 10\sqrt{x}$$

$$10\sqrt{x} = -10$$

$$\sqrt{x} = -1$$

$$x = 1$$

تحقق: $\sqrt{x+15} = 5 + \sqrt{x}$

$\sqrt{1+15}$	$5 + \sqrt{1}$
$\sqrt{16}$	$5 + 1$
4	6 x

لا يوجد حل حقيقى

٧-٤ حل المعادلات والمتباينات الجذرية

Solving Radical Equations and Inequalities

للتخلص من الجذر التربيعي ارفع العبارة الجذرية للأسّ 2، وللتخلص من الجذر التكعيبي ارفع العبارة الجذرية للأسّ 3.

مثال 2 حل معادلة جذر تكعيبي

حل المعادلة: $2(6x-3)^{\frac{1}{3}}-4=0$.

للتخلص من الأس $\frac{1}{3}$ (الجذر التكعيبي) يجب أولًا جعل المقدار المرفوع للأس $\frac{1}{3}$ في طرف لوحده، ثم رفع طرفي المعادلة للأس 3.

$2(6x-3)^{\frac{1}{3}}-4=0$	المعادلة الأصلية
$2(6x-3)^{\frac{1}{3}}=4$	أضف 4 للطرفين
$(6x-3)^{\frac{1}{3}}=2$	اقسم الطرفين على 2

٤-٧ حل المعادلات والمتباينات الجذرية

Solving Radical Equations and Inequalities

$\left[(6x-3)^{\frac{1}{3}}\right]^3 = 2^3$	كعّب الطرفين
$6x - 3 = 8$	أوجد مكعب الطرفين
$6x = 11$	أضف 3 للطرفين
$x = \frac{11}{6}$	اقسم الطرفين على 6
$2\left(6 \cdot \frac{11}{6} - 3\right)^{\frac{1}{3}} - 4 \stackrel{?}{=} 0$	عوض عن x بالعدد $\frac{11}{6}$
$2(8)^{\frac{1}{3}} - 4 \stackrel{?}{=} 0$	بسّط
$2(2) - 4 \stackrel{?}{=} 0$	الجذر التكعيبي للعدد 8 هو 2
$0 = 0$ ✓	اطرح

٤-٧ حل المعادلات والمتباينات الجذرية

Solving Radical Equations and Inequalities

تحقق من فهمك :-

2A) حل المعادلة التالية: $(3n+2)^{\frac{1}{3}}+1=0$

$$(3n+2)^{\frac{1}{3}}+1=0$$

$$(3n+2)^{\frac{1}{3}}=-1$$

$$\left[(3n+2)^{\frac{1}{3}}\right]^3=(-1)^3$$

$$3n=-3$$

$$n=-1$$

تحقق:

$(3n+2)^{\frac{1}{3}}+1$	0
$(3(-1)+2)^{\frac{1}{3}}+1$	
$(-3+2)^{\frac{1}{3}}+1$	
$(-1)^{\frac{1}{3}}+1$	
$-1+1$	
0	0 ✓

٤-٧ حل المعادلات والمتباينات الجذرية

Solving Radical Equations and Inequalities

تحقق من فهمك :-

2B) حل المعادلة التالية: $3(5y-1)^{\frac{1}{3}}-2=0$

$$3(5y-1)^{\frac{1}{3}}-2=0$$

$$3(5y-1)^{\frac{1}{3}}=2$$

$$(5y-1)^{\frac{1}{3}}=\frac{2}{3}$$

$$[(5y-1)^{\frac{1}{3}}]^3=(\frac{2}{3})^3$$

$$5y-1=\frac{8}{27}$$

$$5y=\frac{8}{27}+1$$

$$5y=\frac{8}{27}+\frac{27}{27}$$

$$y=\frac{35}{27}\div 5$$

$$y=\frac{7}{27}$$

تحقق:

$$3(5y-1)^{\frac{1}{3}}-2=0$$

$$3(5.\frac{7}{27}-1)^{\frac{1}{3}}-2$$

$$3(\frac{8}{27})^{\frac{1}{3}}-2$$

$$3.\frac{2}{3}-2$$

$$2-2$$

$$0 \quad | \quad 0 \ \checkmark$$



الفصل الرابع

٤-٧ حل المعادلات والمتباينات الجذرية

Solving Radical Equations and Inequalities

يمكنك استعمال طرائق حل معادلات الجذور التربيعية والتكعيبية في حل المعادلات الجذرية أيًّا كان دليل جذرها. وللتخلص من الجذر النوني لأي عبارة ارفعه للأس n.

مثال 3 على اختبار

ما حلُّ المعادلة $3(\sqrt[4]{2n+6}) - 6 = 0$؟

A -1 B 1 C 5 D 11

$3(\sqrt[4]{2n+6}) - 6 = 0$	المعادلة الأصلية
$3(\sqrt[4]{2n+6}) = 6$	أضف 6 للطرفين
$\sqrt[4]{2n+6} = 2$	اقسم الطرفين على 3
$(\sqrt[4]{2n+6})^4 = 2^4$	ارفع الطرفين للأس 4
$2n + 6 = 16$	أوجد ناتج كلّ من الطرفين
$2n = 10$	اطرح 6 من الطرفين
$n = 5$	اقسم الطرفين على 2

إذن الجواب هو C.

إرشادات الاختبار

تعويض البدائل

يمكنك أيضًا حلّ سؤال الاختبار بتعويض كل البدائل المعطاة لقيمة n في المعادلة، لاختيار الحلّ الصحيح منها وهو الذي يحقق المعادلة.

٤-٧ حل المعادلات والمتباينات الجذرية

Solving Radical Equations and Inequalities

تحقق من فهمك :-

3) اختر: ما حل المعادلة: $4(3x+6)^{\frac{1}{4}} - 12 = 0$ ؟

A $x=7$ B $x=25$ C $x=29$ D $x=37$

$$4(3x+6)^{\frac{1}{4}} - 12 = 0$$

$$4(3x+6)^{\frac{1}{4}} = 12$$

$$(3x+6)^{\frac{1}{4}} = 3$$

$$[(3x+6)^{\frac{1}{4}}]^4 = (3)^4$$

$$3x+6 = 81$$

$$3x = 75$$

$$x = 25$$

الحل B

الفصل الرابع

٤-٧ حل المعادلات والمتباينات الجذرية

Solving Radical Equations and Inequalities

حلُّ المتباينات الجذرية: المتباينة الجذرية هي متباينة تحوي عبارات جذرية، ويكون المتغير فيها تحت الجذر. ولحلّ متباينة جذرية، اتبع الخطوات الآتية:

مفهوم أساسي — حلُّ المتباينات الجذرية

أضف إلى مطويتك

الخطوة 1: إذا كان دليل الجذر عددًا زوجيًا، فعيِّن قيم المتغير التي لا تجعل ما تحت الجذر سالبًا.

الخطوة 2: حل المتباينة جبريًا.

الخطوة 3: حدّد حل المتباينة من الخطوتين السابقتين، ثم اختبر القيم لتتأكد من صحة الحل.

مثال 4 — حل المتباينة الجذرية

حل المتباينة: $3 + \sqrt{5x - 10} \leq 8$

الخطوة 1: بما أن ما تحت الجذر التربيعي يجب أن يكون أكبر من أو يساوي صفرًا، فحل أولًا $5x - 10 \geq 0$ لتعين قيم المتغير x التي تجعل الطرف الأيسر من المتباينة معرّفًا.

$5x - 10 \geq 0$	ما تحت الجذر أكبر من أو يساوي صفرًا
$5x \geq 10$	أضف 10 للطرفين
$x \geq 2$	اقسم الطرفين على 5

إرشادات الاختبار

المتباينات الجذرية

- بما أن الجذر التربيعي الرئيس لا يكون سالبًا أبدًا، فإن المتباينات التي تبسط إلى الصورة: $\sqrt{ax + b} \leq c$ حيث c عدد سالب، ليس لها حل، والتي تُبسّط إلى الصورة $\sqrt{ax + b} > c$ تكون مجموعة حلها هي مجموعة الأعداد الحقيقية.
- إذا كان طرفا المتباينة موجبين، فإنه يمكنك تربيع الطرفين مع بقاء الرمز $\leq$ كما هو.

٤-٧ حل المعادلات والمتباينات الجذرية

Solving Radical Equations and Inequalities

الخطوة 2: حل المتباينة: $3+\sqrt{5x-10}\le 8$

$3+\sqrt{5x-10}\le 8$	المتباينة الأصلية
$\sqrt{5x-10}\le 5$	اطرح 3 من الطرفين لفصل الجذر
$5x-10\le 25$	ربّع الطرفين للتخلص من الجذر
$5x\le 35$	أضف 10 إلى الطرفين
$x\le 7$	اقسم الطرفين على 5

الخطوة 3: يتّضح من الخطوتين السابقتين أن حل المتباينة هو $2\le x\le 7$. ويمكنك اختبار بعض قيم x للتأكد من الحل. استعمل ثلاث قيم؛ إحداها أقل من 2، والأخرى تقع بين 2 و 7، والثالثة أكبر من 7. ثم نظم النتائج في جدول:

$x=9$	$x=4$	$x=0$
$3+\sqrt{5(9)-10}\overset{?}{\le}8$	$3+\sqrt{5(4)-10}\overset{?}{\le}8$	$3+\sqrt{5(0)-10}\overset{?}{\le}8$
✗ $8.92\le 8$	✓ $6.16\le 8$	✗ $3+\sqrt{-10}\le 8$
وبما أن $8.92\not\le 8$، فإن المتباينة لا تتحقق.	وبما أن $6.16\le 8$، فإن المتباينة تتحقق.	وبما أن $\sqrt{-10}$ ليس عددًا حقيقيًا فإن المتباينة لا تتحقق.

تم التحقق من حل المتباينة. والقيم التي تقع في الفترة $2\le x\le 7$ فقط هي التي تحقق المتباينة.

إرشادات الاختبار

المتباينات الجذرية

- بما أن الجذر التربيعي الرئيس لا يكون سالبًا أبدًا، فإن المتباينات التي تبسط إلى الصورة: $\sqrt{ax+b}\le c$ حيث c عدد سالب، ليس لها حل، والتي تُبسّط إلى الصورة $\sqrt{ax+b}>c$ تكون مجموعة حلها هي مجموعة الأعداد الحقيقية.
- إذا كان طرفا المتباينة موجبين، فإنه يمكنك تربيع الطرفين مع بقاء الرمز $\le$ كما هو.

تحقق من فهمك :-

4A) حل المتباينة التالية: $\sqrt{2x+2}+1 \geq 5$

تعين المجال: $2x + 2 \geq 0$

$2x \geq -2$

$x \geq -1$



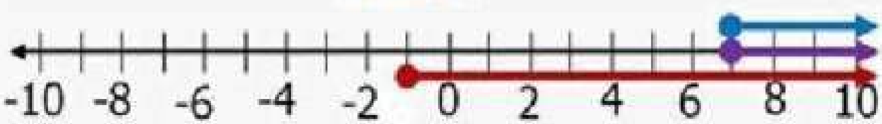
حل المتباينة: $\sqrt{2x+2}+1 \geq 5$

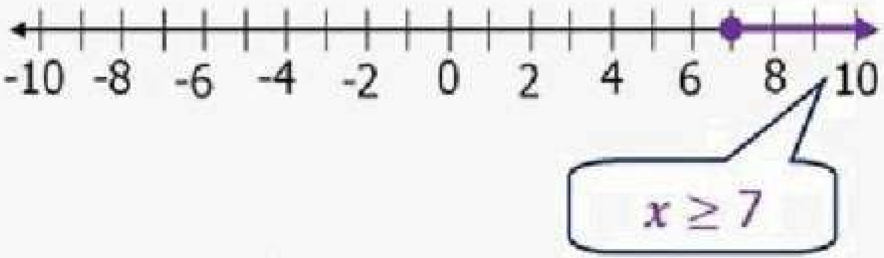
$\sqrt{2x+2} \geq 4$

$2x + 2 \geq 16$

$2x \geq 14$

$x \geq 7$





تحقق من فهمك :-

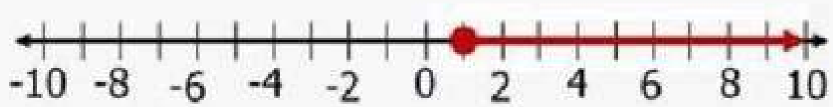
4B) حل المتباينة التالية: $\sqrt{4x-4}-2<4$

تعين المجال:

$4x - 4 \geq 0$

$4x \geq 4$

$x \geq 1$



حل المتباينة:

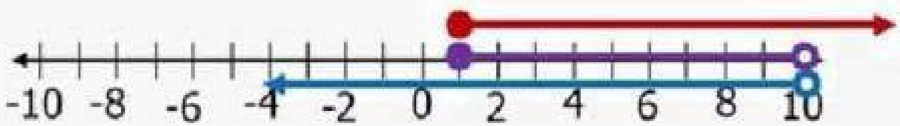
$\sqrt{4x-4}-2<4$

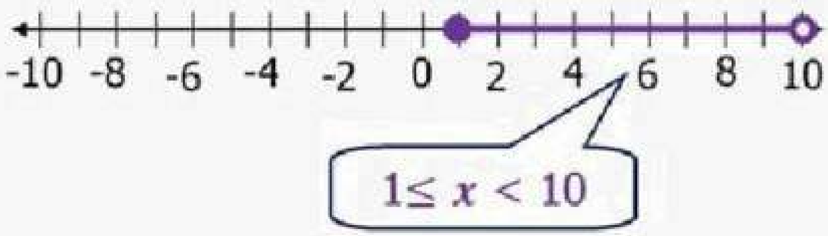
$\sqrt{4x-4}<6$

$4x-4<36$

$4x<40$

$x<10$





تــــأكــد :ـ

مثـــال 1,2

حل كل معادلة مما يأتي:

$$\sqrt{x-4}+6=10 \quad (1$$

$$\sqrt{x-4}+6=10$$

$$\sqrt{x-4}=4$$

$$\left(\sqrt{x-4}\right)^2=(4)^2$$

$$x-4=16$$

$$x=20$$



تـــأكـد :–

مثـال 1,2

حل كل معادلة مما يأتي:

$$\sqrt{x+13}-8=-2 \quad (2$$

$$\sqrt{x+13}-8=-2$$

$$\sqrt{x+13}=6$$

$$\left(\sqrt{x+13}\right)^2=(6)^2$$

$$x+13=36$$

$$x=23$$

تــــأكــد :ـــ

مثـال 1,2

حل كل معادلة مما يأتي:

$$8-\sqrt{x+12}=3 \quad (3$$

$$8-\sqrt{x+12}=3$$

$$-\sqrt{x+12}=-5$$

$$\sqrt{x+12}=5$$

$$\left(\sqrt{x+12}\right)^2=(5)^2$$

$$x+12=25$$

$$x=13$$

تـــأكـد :ـ

مثال 1,2

حل كل معادلة مما يأتي:

4) $\sqrt[3]{x-2} = 3$

$$\sqrt[3]{x-2} = 3$$

$$\left(\sqrt[3]{x-2}\right)^3 = (3)^3$$

$$x - 2 = 27$$

$$x = 29$$

تـــأكـد :ـ

مثال 1,2

حل كل معادلة مما يأتي:

5) $(x-5)^{\frac{1}{3}}-4=-2$

$$(x-5)^{\frac{1}{3}}-4=-2$$

$$(x-5)^{\frac{1}{3}}=2$$

$$\left((x-5)^{\frac{1}{3}}\right)^3=(2)^3$$

$$x-5=8$$

$$x=13$$

تـــأكـد :ـ

مثال 1,2

حل كل معادلة مما يأتي:

$(4y)^{\frac{1}{3}} + 3 = 5$ (6

$$(4y)^{\frac{1}{3}} + 3 = 5$$

$$(4y)^{\frac{1}{3}} = 2$$

$$\left((4y)^{\frac{1}{3}}\right)^3 = (2)^3$$

$$4y = 8$$

$$y = 2$$

تـــأكـد :ـ

مثـال 1,2

حل كل معادلة مما يأتي:

$$\sqrt{y} - 7 = 0 \quad (7$$

$$\sqrt{y} = 7$$

$$(\sqrt{y})^2 = 7^2$$

$$y = 49$$

تـــأكـد :-

مثال 1,2

حل كل معادلة مما يأتي:

$$2 + 4z^{\frac{1}{2}} = 0 \quad (8$$

$$2 + 4z^{\frac{1}{2}} = 0$$

$-2 = 4\sqrt{z}$، لا يوجد حل

تـــأكـد :ـ

مثال 1,2

حل كل معادلة مما يأتي:

$5 + \sqrt{4y - 5} = 12$ (9

$$5 + \sqrt{4y - 5} = 12$$

$$\sqrt{4y - 5} = 7$$

$$\left(\sqrt{4y - 5}\right)^2 = (7)^2$$

$$4y - 5 = 49$$

$$4y = 54$$

$$x = \frac{54}{4}$$

$$x = \frac{27}{2}$$

تـــأكـد :–

مثـال 1,2

حل كل معادلة مما يأتي:

10) $\sqrt{2t-7} = \sqrt{t+2}$

$$\sqrt{2t-7} = \sqrt{t+2}$$

$$2t-7 = t+2$$

$$t = 9$$

تــــأكــد :-

مثـال 1,2

11) فيزياء: يعطى الزمن الدوري للبندول بالصيغة $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$،

حيث: T الزمن بالثواني

L طول البندول بالأقدام

g تسارع السقوط الحر، ويساوي $32ft/s^2$؟

a) ما الزمن الدوري لبندول ضخم طوله $73ft$؟

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$=2\pi\sqrt{\frac{73}{32}}$$

$$\approx 9.49$$

b) يريد صانع ساعات أن يصنع بندولاً يستغرق $5s$ لإتمام دورته. كم يجب أن يكون طول البندول؟

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$5=2\pi\sqrt{\frac{L}{32}}$$

$$L=\frac{(32)(25)}{(2\pi)^2}$$

$$L\approx 20\ ft$$

تـــأكـد :-

مثال 3

12) اختيار من متعدد: حل المعادلة $(2y+6)^{\frac{1}{4}} - 2 = 0$ هو:

A $y = 1$ B $y = 5$ C $y = 11$ D $y = 15$

$$(2y+6)^{\frac{1}{4}} - 2 = 0$$

$$(2y+6)^{\frac{1}{4}} = 2$$

$$\left((2y+6)^{\frac{1}{4}}\right)^{4} = (2)^{4}$$

$$2y + 6 = 16$$

$$y = 5$$

الحـل B

تــــأكـــد :ـ

مثال 4

حل كل متباينة مما يأتي:

$\sqrt{3x+4} - 5 \leq 4$ (13

- $3x + 4 \geq 0$

$x \geq \frac{-4}{3}$ مجال الدالة

- $\sqrt{3x+4} - 5 \leq 4$

$\sqrt{3x+4} \leq 9$

$3x + 4 \leq 81$ بتربيع الطرفين للتخلص من الجذر

$3x \leq 77$

$x \leq \frac{77}{3}$

- $\frac{-4}{3} \leq x \leq \frac{77}{3}$

تــــأكــد :–

مثال 4

حل كل متباينة مما يأتي:

$\sqrt{b-7}+6 \le 12$ (14

- $b-7 \ge 0$

$b \ge 7$ مجال الدالة

- $\sqrt{b-7}+6 \le 12$

$\sqrt{b-7} \le 6$

$b-7 \le 36$ بتربيع الطرفين للتخلص من الجذر

$b \le 43$

- $7 \le b \le 43$

تـــأكـد :ـ

مثال 4

حل كل متباينة مما يأتي:

$$2+\sqrt{4y-4}\le 6 \quad (15$$

- $4y-4\ge 0$

$y\ge 1$ مجال الدالة

- $2+\sqrt{4y-4}\le 6$

$\sqrt{4y-4}\le 4$

$4y-4\le 16$ بتربيع الطرفين للتخلص من الجذر

$y\le 5$

- $1\le y\le 5$

تـــأكـد :-

مثال 4

حل كل متباينة مما يأتي:

$\sqrt{3a+3}-1 \le 2$ (16

- $3a+3 \ge 0$

$a \ge -1$ مجال الدالة

- $\sqrt{3a+3}-1 \le 2$

$\sqrt{3a+3} \le 3$

$3a+3 \le 9$ بتربيع الطرفين للتخلص من الجذر

$a \le 2$

- $-1 \le a \le 2$

تـــأكـد :-

مثال 4

حل كل متباينة مما يأتي:

$1+\sqrt{7x-3}>3$ (17

- $7x-3\geq 0$

$x\geq \frac{3}{7}$ مجال الدالة

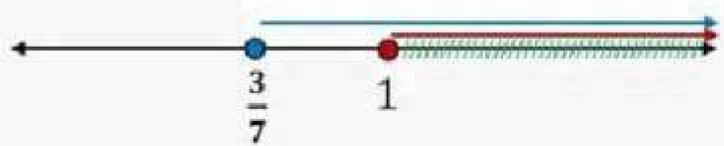
- $1+\sqrt{7x-3}>3$

$\sqrt{7x-3}>2$

$7x-3>4$ بتربيع الطرفين للتخلص من الجذر

$x>1$

- $x>1$



تـــأكـد :-

مثال 4

حل كل متباينة مما يأتي:

18) $\sqrt{3x+6}+2 \le 5$

- $3x + 6 \ge 0$

$x \ge -2$ مجال الدالة

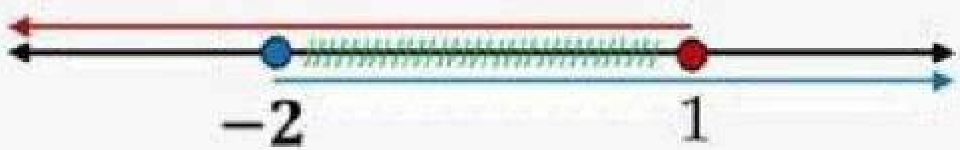
- $\sqrt{3x+6}+2 \le 5$

$\sqrt{3x+6} \le 3$

$3x + 6 \le 9$ بتربيع الطرفين للتخلص من الجذر

$x \le 1$

- $-2 \le x \le 1$



تــــأكــد :ـ

مثال 4

حل كل متباينة مما يأتي:

$$-2 + \sqrt{9 - 5x} \geq 6 \quad (19$$

- $9 - 5x \geq 0$

$x \leq \frac{9}{5}$ مجال الدالة

- $-2 + \sqrt{9 - 5x} \geq 6$

$\sqrt{9 - 5x} \geq 8$

$9 - 5x \geq 64$ بتربيع الطرفين للتخلص من الجذر

$x \leq -11$

- $x \leq -11$



تـــأكـد :-

مثال 4

حل كل متباينة مما يأتي:

20) $6 - \sqrt{2y+1} < 3$

- $2y + 1 \geq 0$

$y \geq \frac{-1}{2}$ مجال الدالة

- $6 - \sqrt{2y+1} < 3$

$-\sqrt{2y+1} < -3$

$\sqrt{2y+1} > 3$

$2y + 1 > 9$ بتربيع الطرفين للتخلص من الجذر

$y > 4$

- $y > 4$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 1

حل كل معادلة مما يأتي:

$6 + \sqrt{3x + 1} = 11$ (21

$$6 + \sqrt{3x + 1} = 11$$

$$\sqrt{3x + 1} = 5$$

$$\left(\sqrt{3x + 1}\right)^2 = (5)^2$$

$$3x + 1 = 25$$

$$x = 8$$



تـدرب وحـل المسائل :-

مثال 1

حل كل معادلة مما يأتي:

$$\sqrt{x+6} = 5 - \sqrt{x+1} \quad (22$$

$$\sqrt{x+6} = 5 - \sqrt{x+1}$$

$$(\sqrt{x+6})^2 = (5 - \sqrt{x+1})^2$$

$$x + 6 = 25 - 10\sqrt{x+1} + x + 1$$

$$x + 6 = 26 - 10\sqrt{x+1} + x$$

$$6 = 26 - 10\sqrt{x+1}$$

$$10\sqrt{x+1} = 26 - 6$$

$$10\sqrt{x+1} = 20$$

$$\sqrt{x+1} = 2$$

$$(\sqrt{x+1})^2 = (2)^2$$

$$x + 1 = 4$$

$$x = 3$$

تـدرب وحـل المسائل :ـ

مثـال 1

حل كل معادلة مما يأتي:

23) $\sqrt{x-15} = 3 - \sqrt{x}$

$$\sqrt{x-15} = 3 - \sqrt{x}$$

$$(\sqrt{x-15})^2 = (3-\sqrt{x})^2$$

$$x - 15 = 9 - 6\sqrt{x} + x$$

$$-15 = 9 - 6\sqrt{x}$$

$$6\sqrt{x} = 24$$

$$\sqrt{x} = 4$$

$$(\sqrt{x})^2 = (4)^2$$

$$x = 16$$

لا يوجد حل حقيقي؛ لأن الحل تخيل

تـدرب وحـل المسائل :-

مثـال 1

حل كل معادلة مما يأتي:

24) $2 + \sqrt{3y - 5} = 10$

$$2 + \sqrt{3y-5} = 10$$

$$\sqrt{3y-5} = 8$$

$$\left(\sqrt{3y-5}\right)^2 = (8)^2$$

$$3y = 69$$

$$y = 23$$

تـدرب وحـل المسائل :-

مثـال 1

حل كل معادلة مما يأتي:

$$\sqrt{7a-2}=\sqrt{a+3}$$ (25

$$\sqrt{7a-2}=\sqrt{a+3}$$

$$7a-2=a+3$$

$$a=\frac{5}{6}$$



تدرب وحل المسائل :-

مثال 1

حل كل معادلة مما يأتي:

$\sqrt{b-6}+\sqrt{b}=3$ (26

$$\sqrt{b-6}+\sqrt{b}=3$$

$$\sqrt{b-6}=3-\sqrt{b}$$

$$\left(\sqrt{b-6}\right)^2=\left(3-\sqrt{b}\right)^2$$

$$b-6=9-6\sqrt{b}+b$$

$$-6=9-6\sqrt{b}$$

$$6\sqrt{b}=15$$

$$\sqrt{b}=\frac{15}{6}$$

$$\left(\sqrt{b}\right)^2=\left(\frac{15}{6}\right)^2$$

$$b=\frac{225}{36}$$

$$b=\frac{25}{4}$$

تـدرب وحـل المسائل :-

مثال 1

27) فيزياء: تصف الصيغة : $t = \frac{1}{4}\sqrt{d-h}$ الزمن t بالثواني اللازم لوصول جسم إلى الارتفاع h عن سطح الأرض عند سقوطه من ارتفاع قدره d متر عن سطح الأرض إذا سقطت مفاتيح بدر من ارتفاع $65m$ من أعلى العجلة الدوارة في مدينة الألعاب، فما ارتفاع المفاتيح عن سطح الأرض بالأمتار بعد مرور ثانيتين ؟

$$t = \frac{1}{4}\sqrt{d-h}$$

$$4t = \sqrt{d-h}$$

$$\sqrt{d-h} = 4t$$

$$d - h = 16t^2$$

$$h = d - 16t^2$$

$$h = 65 - 16(2)^2$$

$$h = 1m$$

تـدرب وحـل المسائل :ـ

مثـال 2

حل كل معادلة مما يأتي:

$(5n - 6)^{\frac{1}{3}} + 3 = 4$ (28

$$(5n - 6)^{\frac{1}{3}} + 3 = 4$$

$$(5n - 6)^{\frac{1}{3}} = 1$$

$$\left((5n - 6)^{\frac{1}{3}}\right)^3 = (1)^3$$

$$5n - 6 = 1$$

$$x = \frac{7}{5}$$

تـدرب وحـل المسائل :ـ

مثـال 2

حل كل معادلة مما يأتي:

$$29)\ (6q+1)^{\frac{1}{4}}+2=5$$

$$(6q+1)^{\frac{1}{4}}+2=5$$

$$(6q+1)^{\frac{1}{4}}=3$$

$$\left((6q+1)^{\frac{1}{4}}\right)^4=(3)^4$$

$$6q+1=81$$

$$x=\frac{80}{6}$$

$$x=\frac{40}{3}$$

تـدرب وحـل المسائل :-

مثـال 2

حل كل معادلة مما يأتي:

$(4z-1)^{\frac{1}{5}} - 1 = 2$ (30

$$(4z-1)^{\frac{1}{5}} - 1 = 2$$

$$(4z-1)^{\frac{1}{5}} = 3$$

$$\left((4z-1)^{\frac{1}{5}}\right)^{5} = (3)^{5}$$

$$4z-1 = 243$$

$$z = \frac{244}{4}$$

$$z = 61$$



تـدرب وحـل المسائل :ـ

مثـال 2

حل كل معادلة مما يأتي:

$$3(x+5)^{\frac{1}{3}}-6=0 \quad (31$$

$$3(x+5)^{\frac{1}{3}}-6=0$$

$$3(x+5)^{\frac{1}{3}}=6$$

$$(x+5)^{\frac{1}{3}}=2$$

$$\left((x+5)^{\frac{1}{3}}\right)^{3}=(2)^{3}$$

$$x+5=8$$

$$x=3$$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 2

حل كل معادلة مما يأتي:

$\sqrt[3]{4n-8}-4=0$ (32

$$\sqrt[3]{4n-8}-4=0$$

$$\sqrt[3]{4n-8}=4$$

$$(4n-8)^{\frac{1}{3}}=4$$

$$\left((4n-8)^{\frac{1}{3}}\right)^3=4^3$$

$$4n-8=64$$

$$n=18$$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 2

حل كل معادلة مما يأتي:

33) $\frac{1}{7}(14a)^{\frac{1}{3}} = 1$

$$\frac{1}{7}(14a)^{\frac{1}{3}} = 1$$

$$(14a)^{\frac{1}{3}} = 7$$

$$\left((14a)^{\frac{1}{3}}\right)^3 = 7^3$$

$$14a = 343$$

$$a = 24.5$$

تـدرب وحـل المسائل :-

مثـال 3

34) اختيار من متعدد: حل المعادلة: $\sqrt[4]{y+2} + 9 = 14$ هو:

23 A 53 B 123 C 623 D

$$\sqrt[4]{y+2} + 9 = 14$$

$$\sqrt[4]{y+2} = 5$$

$$(y+2)^{\frac{1}{4}} = 5$$

$$\left((y+2)^{\frac{1}{4}}\right)^4 = 5^4$$

$$y + 2 = 625$$

$$y = 623$$

الحـل D

تدرب وحل المسائل :-

مثال 4

حل كل متباينة مما يأتي:

35) $\sqrt{2x+14} - 6 \ge 4$

- $2x + 14 \ge 0$

$x \ge -7$ مجال الدالة

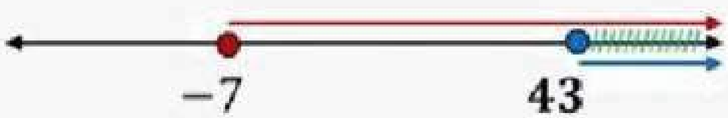
- $\sqrt{2x+14} - 6 \ge 4$

$\sqrt{2x+14} \ge 10$

$2x + 14 \ge 100$ بتربيع الطرفين للتخلص من الجذر

$x \ge 43$

- $x \ge 43$



تدرب وحل المسائل :-

مثال 4

حل كل متباينة مما يأتي:

$10-\sqrt{2x+7} \le 3$ (36

- $2x+7 \ge 0$

$x \ge -3.5$ مجال الدالة

- $10-\sqrt{2x+7} \le 3$

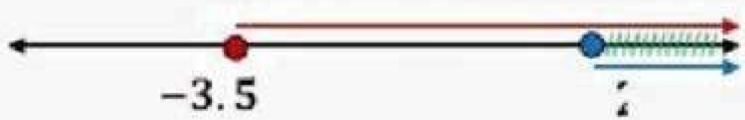
$-\sqrt{2x+7} \le -7$

$\sqrt{2x+7} \ge 7$

$2x+7 \ge 49$ بتربيع الطرفين للتخلص من الجذر

$x \ge 21$

- $x \ge 21$



تدرب وحل المسائل :–

مثال 4

حل كل متباينة مما يأتي:

$$6 + \sqrt{3y + 4} < 6 \quad (37$$

- $3y + 4 \geq 0$

$y \geq -\frac{4}{3}$ مجال الدالة

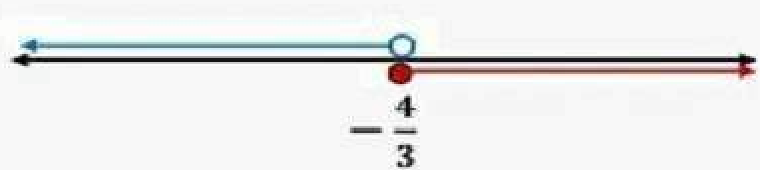
- $6 + \sqrt{3y + 4} < 6$

$$\sqrt{3y + 4} < 0$$

$3y + 4 < 0$ بتربيع الطرفين للتخلص من الجذر

$$y < -\frac{4}{3}$$

- لا يوجد حل حقيقي



تـدرب وحـل المسائل :-

مثال 4

حل كل متباينة مما يأتي:

$\sqrt{d+3} + \sqrt{d+7} > 4$ (38

- $d+3 > 0$ ، $d+7 > 0$

  $d > -3$ ، $d > -7$

- $\sqrt{d+3} + \sqrt{d+7} > 4$

$$\sqrt{d+7} > 4 - \sqrt{d+3}$$

$$d+7 > 16 - 8\sqrt{d+3} + d+3$$ بتربيع الطرفين

$$7 > 19 - 8\sqrt{d+3}$$

$$8\sqrt{d+3} > 12$$

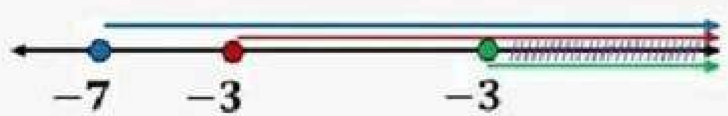
$$\sqrt{d+3} > \frac{12}{8}$$

$$\sqrt{d+3} > \frac{3}{2}$$

$$d+3 > \frac{9}{4}$$

$$d > \frac{9}{4} - 3$$

$$d > \frac{-3}{4}$$



تـدرب وحـل المسائل :–

مثال 4

حل كل متباينة مما يأتي:

$\sqrt{2y+5}+3 \le 6$ (39

- $2y+5 \ge 0$

$y \ge -\frac{5}{2}$ مجال الدالة

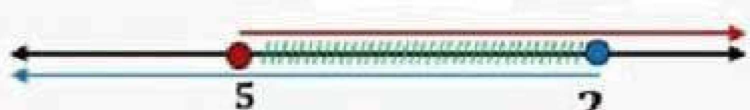
- $\sqrt{2y+5}+3 \le 6$

$\sqrt{2y+5} \le 3$

$2y+5 \le 9$ بتربيع الطرفين للتخلص من الجذر

$y \le 2$

- $-\frac{5}{2} \le y \le 2$



تدرب وحل المسائل :-

مثال 4

حل كل متباينة مما يأتي:

40) $-3 + \sqrt{6a + 1} > 4$

- $6a + 1 \geq 0$

$a \geq -\frac{1}{6}$ مجال الدالة

- $-3 + \sqrt{6a + 1} > 4$

$\sqrt{6a + 1} > 7$

$6a + 1 > 49$ بتربيع الطرفين للتخلص من الجذر

$a > 8$

- $a > 8$

تـدرب وحـل المسائل :-

مثال 4

حل كل متباينة مما يأتي:

41

بندول: تمثل الصيغة $s = 2\pi\sqrt{\frac{l}{32}}$ الزمن الدوري للبندول بالثواني، حيث l طول البندول بالأقدام. احسب طول البندول الذي يستغرق 1.5 ثانية لإتمام دورته.

$$s = 2\pi\sqrt{\frac{l}{32}}$$

$$\frac{s}{2\pi} = \sqrt{\frac{l}{32}}$$

$$\left(\frac{s}{2\pi}\right)^2 = \frac{l}{32}$$

$$l = \frac{s^2}{4\pi^2}$$

$$l \approx 1.82ft$$

تدرب وحل المسائل :–

مثال 4

42 **أسماك:** يمكن تقريب العلاقة بين طول سمكة وكتلتها بالمعادلة : $L = 0.46\sqrt[3]{M}$ ، حيث L الطول بالأمتار، M الكتلة بالكيلوجرامات. حل المعادلة بالنسبة للمتغير M.

$$L = 0.46\sqrt[3]{M}$$

$$\frac{L}{0.46} = \sqrt[3]{M}$$

$$M = \left(\frac{L}{0.46}\right)^3$$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 4

43 **زمن التحليق:** عد إلى الفقرة الواردة في بداية الدرس وصف كيف يرتبط ارتفاع القفزة بزمن التحليق واكتب توضيحاً مفصلاً لكيفية تحديد ارتفاع قفزة زمن تحليقها 0.98 ثانية.

إذا أمكن الربط بين ارتفاع قفزة الشخص والزمن الذي يمضيه في الهواء بمعادلة جذرية، فإنه يمكن إيجاد ذلك الزمن من خلال حل تلك المعادلة .

تـدرب وحـل المسـائل :–

مثـال 4

44 **رفع الأثقال:** يمكن استعمال الصيغة

$$M = 512 - 146230B^{-\frac{8}{5}}$$

لتقدير الكتلة العظمى **M** التي يستطيع رافع أثقال كتلته *B* كيلوجرام رفعها. وظف هذه الصيغة في إيجاد كتلة رافع أثقال يستطيع رفع $470kg$على الأكثر؟

$$470=512 - 146230\, B^{\frac{-8}{5}}$$

$$146230\, B^{\frac{-8}{5}} = 512-470$$

$$146230\, B^{\frac{-8}{5}} = 42$$

$$B^{\frac{-8}{5}} = \frac{42}{146230}$$

$$B = \left(\frac{146230}{42}\right)^{\frac{5}{8}}$$

$$B = 163 \text{ kg}$$

$163kg$ تقريباً.

الفهرس